MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

PRØVEN UDEN HJÆLPEMIDLER

Torsdag den 16. august 2012 kl. 9.00-11.00

Der tildeles i alt ca. 50 point

Opgave 1
(ca. 3 point)

To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{b}=\begin{pmatrix}4\\7\end{pmatrix}.$$

Beregn arealet af det parallelogram, der udspændes af $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

Opgave 2
(ca. 6 point)

I et koordinatsystem i planen er en parabel givet ved ligningen

$$y=-x^2+8x-15.$$

Beregn førstekoordinaten til hvert af parablens skæringspunkter med førsteaksen.

Beregn koordinatsættet til parablens toppunkt.

Opgave 3
(ca. 4 point)

I et koordinatsystem i rummet er en kugle givet ved ligningen

$$x^2+y^2+z^2+6x-2y+4z=2.$$

Bestem kuglens radius og koordinatsættet til dens centrum.

VEND!

Opgave 4
(ca. 4 point)

En funktion er givet ved $f(x) = b \cdot x^a$. Det oplyses, at

$$f(2) = 4 \quad \text{og} \quad f(4) = 64.$$

Bestem tallene *a* og *b*.

Opgave 5
(ca. 4 point)

Sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X er fastlagt ved følgende tabel::

t	2	4	6	8	10
$P(X = t)$	0,10	0,20	0,15		0,25

Bestem $P(X = 8)$, og bestem middelværdien $E(X)$.

Opgave 6
(ca. 5 point)

To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} t-2 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} t+2 \\ 2 \end{pmatrix},$$

hvor *t* er et tal.

Beregn de værdier af *t*, for hvilke $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Beregn den værdi af *t*, for hvilken $\vec{a} \parallel \vec{b}$.

Opgave 7
(ca. 6 point)

I et koordinatsystem i planen bevæger et punkt $P(x, y)$ sig, således at der til tidspunktet t gælder

$$\begin{aligned} x &= t^3 - 3t^2 \\ y &= -t^2 + 8t \end{aligned} \quad , \quad t \in \mathrm{R}.$$

Beregn de værdier af *t,* for hvilke banekurven skærer førsteaksen.

Bestem hastighedsvektoren til tidspunktet $t = 3$.

Opgave 8 (ca. 4 point)

Gør rede for, at funktionen

$$g(x) = -\frac{1}{3} + \frac{5}{3}e^{3x}$$

er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 3y + 1.$$

Opgave 9 (ca. 5 point)

I et koordinatsystem i rummet er en plan α givet ved ligningen

$$x - 2y + 2z - 23 = 0.$$

Beregn afstanden fra punktet $P(3,4,5)$ til α.

En linje n går gennem P og står vinkelret på α.

Beregn koordinatsættet til skæringspunktet mellem n og α.

Opgave 10 (ca. 5 point)

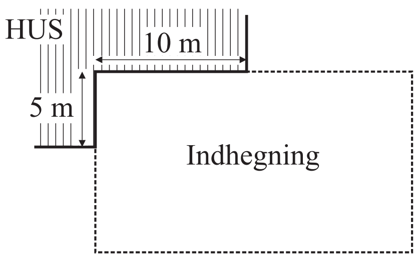
En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 2.$$

Bestem monotoniforholdene for f.

Opgave 11 (ca. 4 point)

Til et murstenshus skal der føjes en rektangulær indhegning (se figur).



Der er 65 meter hegn til rådighed, og der skal ikke bruges hegn, hvor der er mur.

Bestem det størst mulige areal, der kan indhegnes.