MATEMATISK LINJE
2-ÅRIGT FORLØB TIL B-NIVEAU

MATEMATIK

DELPRØVEN UDEN HJÆLPEMIDLER

Onsdag den 13. august 2008 kl. 9.00-10.00

BESVARELSEN AFLEVERES KL. 10.00

Der tildeles i alt ca. 25 point

Eksamenssæt fra Færøerne

Opgave 1
(ca. 25 point)

a) Reducér $(x^2+1)^2+2(1+x)(1-x)$.

b) Sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X er fastlagt ved følgende tabel:

t	2	4	6	8	10
$P(X=t)$	0,10	0,25	0,30	0,20	

Beregn $P(X=10)$, og beregn middelværdien $E(X)$.

c) Løs uligheden $2(4x-3)\le 3x+4$.

d) En funktion f er bestemt ved

$$f(x)=x^3+2x+1.$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1,f(1))$.

VEND!

e) En cirkel har ligningen

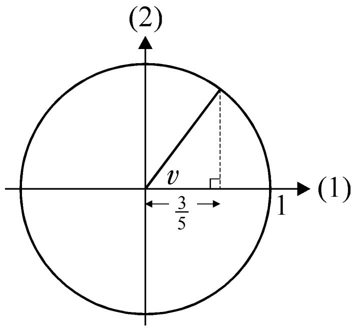
$$x^2 - 6x + y^2 + 4y - a = 0 \ ,$$

hvor a er et tal.

Bestem koordinatsættet til cirklens centrum.

Bestem a, så cirklens radius er 4.

f) Vinklen v er fastlagt ved figuren.



Bestem $\cos v$ og $\sin v$.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

MATEMATISK LINJE
2-ÅRIGT FORLØB TIL B-NIVEAU

MATEMATIK

DELPRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Onsdag den 13. august 2008 kl. 9.00-13.10

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 75 point

Opgave 2
(ca. 15 point)

I et koordinatsystem er en parabel P og en linje l bestemt ved

$$P: \quad y = x^2 - 8x + 12$$

$$l: \quad y = -3x + 12 \; .$$

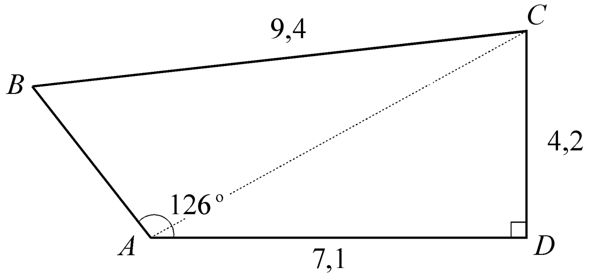
Beregn koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem l og P.

Beregn koordinatsættet til parablens toppunkt T, og beregn afstanden fra T til linjen l.

Beregn førstekoordinaten til det punkt på linjen l, der har den korteste afstand til punktet $C(3,4)$.

VEND!

Opgave 3
(ca. 15 point)



På figuren ses en firkant $ABCD$, hvor $\angle A = 126°$, $\angle D = 90°$, $|AD| = 7{,}1$, $|CD| = 4{,}2$ og $|BC| = 9{,}4$.

Beregn $|AC|$ og $\angle CAD$.

Beregn $\angle B$, $\angle C$ og $|AB|$.

Opgave 4
(ca. 15 point)

Tabellen viser sammenhørende værdier for to variable x og y.

x	3	15	27	41	57
y	18,3	46,0	115,8	340,2	1165,5

Det oplyses, at sammenhængen mellem x og y med god tilnærmelse kan beskrives ved en funktion af typen

$$f(x) = b \cdot a^x .$$

Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b.

Bestem $f(20)$.

Løs ligningen $f(x) = 12\,000$.

Bestem hældningskoefficienten for tangenten til grafen for f i det punkt P, der har førstekoordinaten 20.

Opgave 5
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \ln x - 2x + 3 \quad , \quad x > 0.$$

Bestem monotoniforholdene for f, og beregn størsteværdien af $f(x)$.

Gør rede for, at ligningen $f(x) = 1{,}3$ har to løsninger, og bestem disse ved hjælp af grafregneren.

Opgave 6a
(ca. 15 point)

En stokastisk variabel X er binomialfordelt med sandsynlighedsparameter 0,45 og antalsparameter 12.

Bestem $P(X \geq 8)$.

Bestem den mest sandsynlige værdi af X.

Om en anden stokastisk variabel Y gælder, at Y er binomialfordelt med sandsynlighedsparameter 0,45 og antalsparameter n, hvor n er det mindste hele tal, for hvilket $P(Y \geq 8)$ er større end 0,60.

Bestem n.

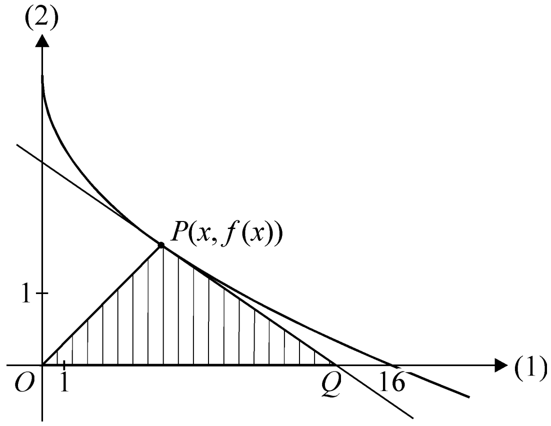
Opgave 6b
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 4 - \sqrt{x}\,.$$

Bestem en ligning for tangenten t til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$, og beregn førstekoordinaten til skæringspunktet mellem førsteaksen og t.

Figuren viser en skitse af grafen for f i et koordinatsystem med begyndelsespunkt O. Punktet $P(x, f(x))$ ligger på grafen for f i første kvadrant. Tangenten til grafen for f i punktet P skærer førsteaksen i punktet Q. Arealet $A(x)$ af trekant OPQ er en funktion af x, hvor $0 < x < 16$.



Beregn $A(1)$.

Det oplyses, at

$$A'(x) = \tfrac{3}{4}\sqrt{x} - 6 + \frac{8}{\sqrt{x}} \quad , \quad 0 < x < 16\,,$$

og at ligningen $A'(x) = 0$ har netop én løsning x_0.

Benyt grafregneren til at bestemme x_0, og gør rede for betydningen af x_0 for arealet af trekant OPQ.

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse