STUDENTEREKSAMEN MAJ-JUNI 2008 **2008-8-3**

MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

PRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Torsdag den 22. maj 2008 kl. 9.00-13.00

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 100 point

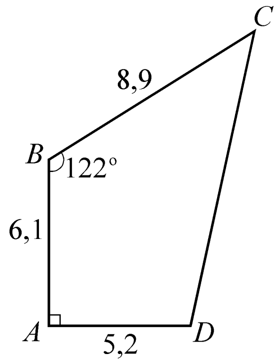
Eksamenssæt fra Færøerne

Opgave 1 (ca. 10 point)

I firkant $ABCD$ er $|AB| = 6{,}1$, $|BC| = 8{,}9$ og $|AD| = 5{,}2$. Endvidere er $\angle A = 90°$ og $\angle B = 122°$.

Beregn længden af hver af diagonalerne BD og AC.

Beregn hver af vinklerne C og D i firkanten.



Opgave 2 (ca. 15 point)

I et koordinatsystem i rummet er givet punktet $A(2,3,2)$ og vektoren $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punktet A, og som har $\vec{n}$ som normalvektor.

Bestem radius i den kugle K, der har centrum i punktet $P(-1,-3,2)$, og som tangerer planen α.

Beregn koordinatsættet til α's røringspunkt med K.

En linje l har parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Beregn afstanden fra P til l.

VEND!

Opgave 3 (ca. 15 point)

Madvarers holdbarhed afhænger af den temperatur, de opbevares ved. For vindruer er holdbarheden H, målt i døgn, en funktion af temperaturen T, målt i °C. Nedenstående tabel viser sammenhørende værdier af temperatur og holdbarhed for vindruer.

Temperatur i °C	2	4	8	20
Holdbarhed i døgn	140	90	45	2

I en model antages, at der med god tilnærmelse gælder, at vindruers holdbarhed H er en eksponentielt aftagende funktion af temperaturen T.

Benyt tabellens data til at bestemme en forskrift for vindruers holdbarhed H som funktion af temperaturen T.

Benyt modellen til at bestemme holdbarheden af vindruer, der opbevares ved en temperatur på 10°C.

Benyt modellen til at bestemme den temperatur, for hvilken vindruers holdbarhed er 30 døgn.

Bestem ved hjælp af modellen den temperaturstigning, for hvilken holdbarheden af vindruer bliver $\frac{1}{10}$ af holdbarheden før temperaturstigningen.

Kilde: *Poul Erner Andersen og Jørgen Risom*, *Introduktion til vore levnedsmidler*, *bind* 6, *Polyteknisk Forlag*, 1999.

Opgave 4 (ca. 15 point)

En stokastisk variabel X er normalfordelt med middelværdi 10 og spredning 3.

Bestem $P(X \leq 5)$ og $P(X \geq 12)$.

Om en anden normalfordelt stokastisk variabel Y oplyses, at $P(Y \leq 7) = 5\%$ og $P(Y \leq 11) = 80\%$.

Bestem middelværdi og spredning for Y.

Bestem tallet a, så $P(X \geq a) = P(Y \geq a)$.

Opgave 5
(ca. 15 point)

Øl med temperaturen 25°C sættes ind i et køleskab, hvor temperaturen er 5°C. Øllets temperatur $f(t)$, målt i °C, er en funktion af tiden t, målt i minutter efter øllets placering i køleskabet. Det oplyses, at f er løsning til en differentialligning af typen

$$\frac{dy}{dt} = 5a - ay\,.$$

Det oplyses yderligere, at $f(0) = 25$ og $f(75) = 15$.

Bestem en forskrift for f.

Bestem, hvor lang tid der går fra øllets placering i køleskabet, til øllets temperatur er 10°C.

Bestem $f'(75)$, og giv en fortolkning af dette tal.

Kilde: *Politiken*, 1. *juli* 2006.

Opgave 6
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3\sqrt{x}, \quad x \geq 0.$$

Grafen for f og koordinatsystemets førsteakse afgrænser sammen med linjerne med ligningerne $x = 1$ og $x = \frac{9}{2}$ en punktmængde M, der har et areal.

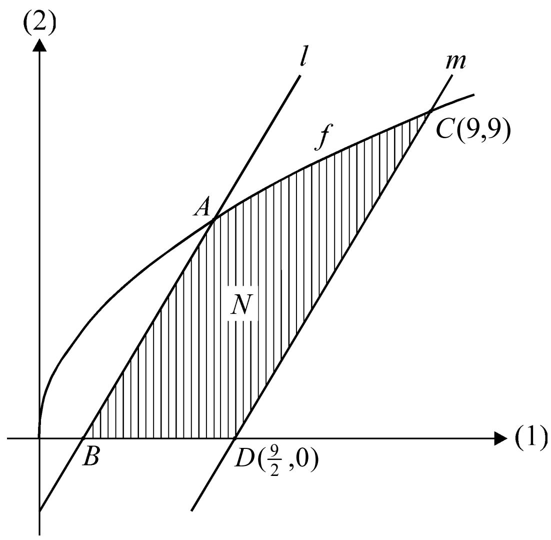
Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Linjen l med ligningen $y = 2x - 2$ skærer grafen for f i et punkt A og førsteaksen i et punkt B.

Bestem koordinatsættet til hvert af punkterne A og B.

Linjen m med ligningen $y = 2x - 9$ skærer grafen for f i punktet $C(9,9)$ og førsteaksen i punktet $D(\frac{9}{2},0)$. Grafen for f og førsteaksen afgrænser sammen med linjerne l og m en punktmængde N, der har et areal.

Bestem arealet af N.



VEND!

Opgave 7a
(ca. 15 point)

I et koordinatsystem i planen er en kurve givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{aligned} x &= t^2 + 2t - 8 \\ y &= 1 - t^2 \end{aligned} \quad , \quad t \in \mathbb{R}\,.$$

Beregn koordinatsættet til hvert af de fire punkter, hvori kurven skærer en af koordinatsystemets akser, og skitsér kurven.

Beregn koordinatsættet til det punkt, hvori kurvens tangent er parallel med koordinatsystemets førsteakse.

Kurven og koordinatsystemets førsteakse afgrænser i anden kvadrant en punktmængde M, der har et areal.

Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Opgave 7b
(ca. 15 point)

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 2(x+1)\sqrt{y}\ ,$$

og grafen for f går gennem punktet $P(2,9)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

Bestem forskrift og definitionsmængde for f.

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse