STUDENTEREKSAMEN AUGUST-SEPTEMBER 2011 **2011-8-6**

MATEMATISK LINJE
2-ÅRIGT FORLØB TIL B-NIVEAU

MATEMATIK

DELPRØVEN UDEN HJÆLPEMIDLER

Torsdag den 11. august 2011 kl. 9.00-10.00

BESVARELSEN AFLEVERES KL. 10.00

Der tildeles i alt ca. 25 point

Opgave 1
(ca. 25 point)

a) Reducér $(x+y)(x-y)-2x(x+3y)+(x+y)^2$.

b) En linje *l* har ligningen

$$4x+2y=5 .$$

Bestem en ligning for den linje *m*, der går gennem punktet $P(3,-5)$, og som er parallel med *l*.

c) Bestem toppunktet for parablen med ligningen

$$y=3x^2-6x+1 .$$

d) En funktion f er bestemt ved

$$f(x)=4\sqrt{x}-x^2 .$$

Bestem $f'(4)$.

VEND!

e) Om funktionen $f(x) = b \cdot a^x$ oplyses, at

$$f(1) = 4 \text{ og } f(3) = \frac{1}{4}.$$

Beregn a og b.

f) I et koordinatsystem er en parabel P og en linje l bestemt ved

$$P: \quad y = x^2 + 4x - 5$$
$$l: \quad y = 5x - 3.$$

Beregn koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem parablen P og linjen l.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

MATEMATISK LINJE
2-ÅRIGT FORLØB TIL B-NIVEAU

MATEMATIK

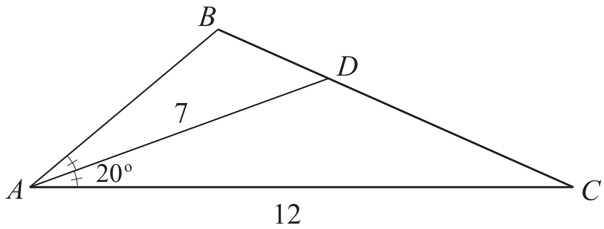
DELPRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Torsdag den 11. august 2011 kl. 9.00-13.10

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 75 point

Opgave 2
(ca. 15 point)



Figuren viser en trekant *ABC*. Vinkelhalveringslinjen for vinkel *A* skærer siden *BC* i punktet *D*.
Det oplyses, at

$$\angle DAC = 20^\circ, \quad |AC| = 12 \text{ og } |AD| = 7 .$$

Beregn arealet af trekant *ADC*.

Beregn $|CD|$ og $\angle C$.

Beregn $|AB|$.

VEND!

Opgave 3
(ca. 15 point

Nedenstående tabel viser for en bestemt fiskeart (striped sea bream) sammenhørende værdier af en fisks længde, målt i cm, og dens vægt, målt i gram.

Længde (cm)	19	22	25	28	31
Vægt (gram)	88	122	180	251	343

Det oplyses, at der med god tilnærmelse gælder, at vægten af en fisk er en funktion af dens længde af formen $f(x) = b \cdot x^a$, hvor x er længden, og $f(x)$ er vægten.

Benyt alle data i tabellen til at bestemme $f(x)$.

Benyt $f(x)$ til at bestemme længden af en fisk, der vejer 390 gram.

Hvor mange procent øges vægten af en fisk, når dens længde øges med 25%?

Opgave 4
(ca. 15 point)

En normalfordelt stokastisk variabel X har middelværdi $\mu = 508$ og spredning $\sigma = 6$.

Bestem $P(X \geq 500)$.

Om en anden normalfordelt stokastisk variabel Y gælder, at Y har samme spredning som X, og at $P(Y \geq 500) = 0{,}95$.

Bestem middelværdien for Y.

Et firma producerer rabarbermarmelade i glas. På glassene står, at nettoindholdet er 500 gram. Sandsynligheden for, at et tilfældigt udtaget glas med rabarbermarmelade fra firmaets produktion indeholder mere end 500 gram, er 95%.
På tilfældig måde udtages 10 glas med rabarbermarmelade fra firmaets produktion.

Bestem sandsynligheden for, at alle 10 glas indeholder mere end 500 gram.

Opgave 5
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3x + 2 - \mathrm{e}^x .$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(0, f(0))$.

Bestem monotoniforholdene for f.

En linje l er givet ved ligningen

$$y = x - 4 .$$

Grafen for f og linjen l skærer hinanden i to punkter.

Benyt grafregneren til at bestemme førstekoordinaten til hvert af disse to punkter.

Opgave 6a
(ca. 15 point)

En cirkel har ligningen

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12\,.$$

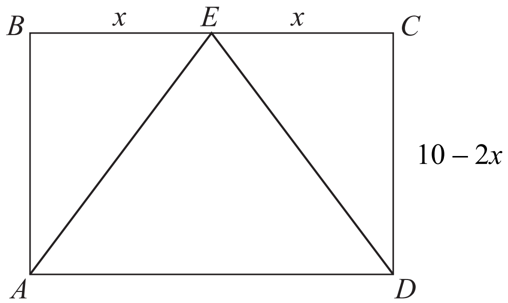
Bestem cirklens radius og koordinatsættet til dens centrum.

Gør rede for, at punktet $P(5,1)$ ligger på cirklen.

Bestem en ligning for tangenten t til cirklen i punktet P.

Bestem afstanden fra koordinatsystemets begyndelsespunkt O til tangenten t.

Opgave 6b
(ca. 15 point)



Figuren viser et rektangel $ABCD$ med omkreds 20. Midtpunktet af siden BC betegnes E, og længden af linjestykket BE betegnes x, hvor $0 < x < 5$.

Bestem $|AE| + |ED|$, når $x = 3$.

For $0 < x < 5$ er $|AE| + |ED|$ en funktion f af x.

Gør rede for, at

$$f(x) = 2\sqrt{5x^2 - 40x + 100}\,.$$

Bestem den værdi af x, for hvilken $f(x)$ er mindst mulig.

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse