MATEMATISK LINJE
1-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

DELPRØVEN UDEN HJÆLPEMIDLER

Torsdag den 31. maj 2012 kl. 9.00-10.00

BESVARELSEN AFLEVERES KL. 10.00

Der tildeles i alt ca. 25 point

Opgave 1
(ca. 25 point)

a) I et koordinatsystem i rummet er en kugle bestemt ved ligningen

$$x^2-4x+y^2+6y+z^2-2z=35\,.$$

Bestem kuglens radius og koordinatsættet til dens centrum.

b) I et koordinatsystem er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ bestemt ved

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}5-t\\2\end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{b}=\begin{pmatrix}2\\2t-1\end{pmatrix},$$

hvor t er et tal.

Beregn t, således at $\vec{a}$ er vinkelret på $\vec{b}$.

c) En linje l er bestemt ved parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}, \quad t\in R\,.$$

Bestem en ligning for l.

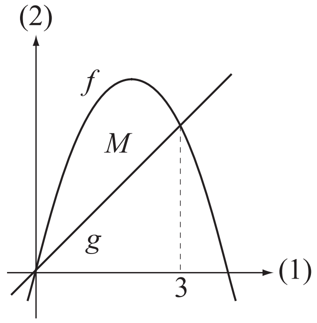
VEND!

d) En funktion f er givet ved

$$f(x) = 6x + \frac{2}{x} \quad , \quad x > 0 \, .$$

Bestem den stamfunktion til f, hvis graf går gennem punktet $P(1,5)$.

e)



To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = -x^2 + 4x \quad \text{og} \quad g(x) = x \, .$$

Graferne for f og g afgrænser en punktmængde M, der har et areal.

Beregn arealet af M.

f) Gør rede for, at funktionen

$$f(x) = x^2 \cdot e^x + x$$

er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} + x + 1 = \frac{2y}{x} + y \, .$$

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

MATEMATISK LINJE
1-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

DELPRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Torsdag den 31. maj 2012 kl. 9.00-13.10

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 75 point

Opgave 2 (ca. 15 point)

I et koordinatsystem i planen er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ bestemt ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

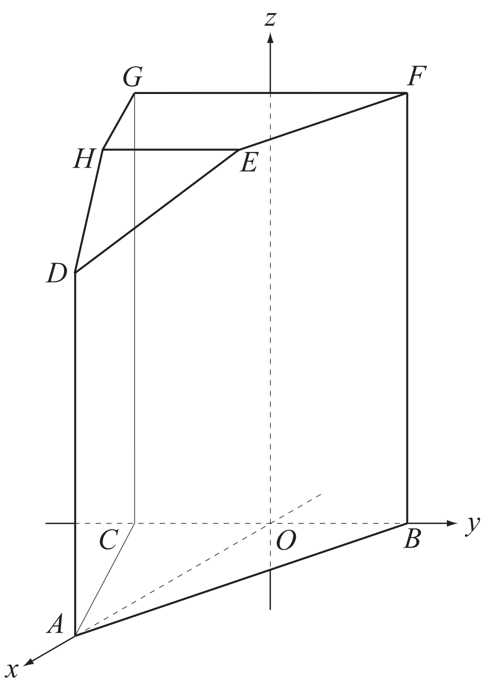
Beregn arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

Beregn vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

Beregn koordinatsættet til projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.

VEND!

Opgave 3
(ca. 15 point)



$A(6,0,0)$
$B(0,2,0)$
$C(0,-2,0)$
$D(6,0,8)$
$E(3,1,10)$
$F(0,2,10)$
$G(0,-2,10)$
$H(3,-1,10)$

Figuren viser en model af en bygning indtegnet i et koordinatsystem med begyndelsespunkt $O(0,0,0)$.

Bestem en ligning for den plan α, der indeholder den skrå tagflade *DEH*.

Beregn arealet af den skrå tagflade *DEH*.

Bestem vinklen mellem den skrå tagflade *DEH* og den vandrette tagflade *EFGH*.

Beregn afstanden fra punktet *O* til planen α.

Opgave 4
(ca. 15 point)

Bestem integralerne

$$\int (2x + 2^x)\,dx \ , \quad \int \frac{4x^3}{x^4+2}\,dx \quad \text{og} \quad \int (x+1)\cdot \mathrm{e}^{2x}\,dx \ .$$

Opgave 5
(ca. 15 point)

En funktion f er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = y \cdot \cos(x) ,$$

og grafen for f går gennem punktet $P(0,2)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(0,2)$.

Bestem en forskrift for f.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet med førstekoordinaten π.

Opgave 6a
(ca. 15 point)

I et koordinatsystem i planen er en kurve givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{matrix} x = t^3 - 3t^2 \\ y = -t^2 + t \end{matrix} \quad , \quad t \in R.$$

Beregn koordinatsættet til hvert af kurvens skæringspunkter med koordinatsystemets førsteakse.

Beregn koordinatsættet til hvert af de punkter, hvori kurven har en tangent, der er parallel med koordinatsystemets andenakse.

Kurven har et dobbeltpunkt Q, det vil sige et punkt, der svarer til to forskellige værdier af t. Den ene værdi er 2, og den anden værdi betegnes t_0.

Beregn t_0.

Beregn hver af de t-værdier, for hvilke kurven har en tangent, der er parallel med vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 24 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Opgave 6b
(ca. 15 point)

En funktion f er en løsning til differentialligningen

$$y'' - 16y = 0 . \quad (*)$$

Bestem en forskrift for f, idet det oplyses, at $f(0) = 3$ og $f(\frac{1}{4}) = 3\mathrm{e}$.

Om en anden funktion g oplyses, at g også er en løsning til differentialligningen (*). Endvidere oplyses, at punktet $P(0,5)$ ligger på grafen for g, og at grafen for g har vandret tangent i P.

Bestem en forskrift for g.

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse