MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

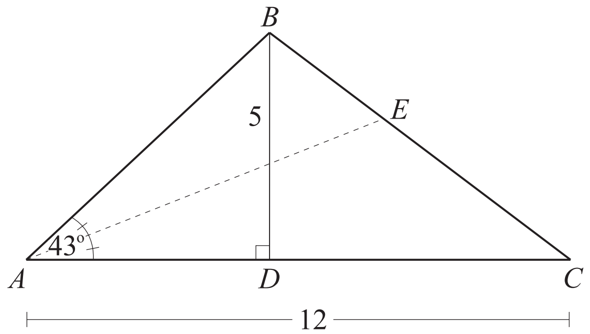
PRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Torsdag den 31. maj 2012 kl. 9.00-13.00

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 100 point

Opgave 1
(ca. 15 point)



Figuren viser en trekant ABC. Punktet D betegner fodpunktet for højden fra B.
Det oplyses, at

$$\angle A = 43°\ ,\ |AC| = 12 \text{ og } |BD| = 5\ .$$

Beregn arealet af trekant ABC, og beregn $|AB|$.

Beregn $|BC|$.

Punktet E er skæringspunktet mellem vinkelhalveringslinjen for vinkel A og siden BC .

Beregn $|AE|$.

VEND!

Opgave 2 (ca. 15 point)

Nedenstående tabel viser den årlige fangst af sej på Færøerne i tiden 1996 til 2002.

År efter 1996	0	1	2	3	4	5	6
Årlig fangst af sej (kiloton)	20	22	26	33	39	52	57

Det oplyses, at den årlige fangst af sej (målt i kiloton) som funktion af tiden (målt i år efter 1996) med tilnærmelse kan beskrives ved en eksponentielt voksende funktion f.

Benyt tabellens data til at bestemme en forskrift for f.

Benyt den fundne forskrift til at bestemme fordoblingstiden og til at bestemme den procentvise vækst pr. år

Benyt f til at bestemme den årlige fangst af sej i 2003 og til at bestemme, hvornår den årlige fangst af sej var 100 kiloton.

Kilde: Fødevareøkonomisk Institut, Rapport nr. 166*: Rapport om den færøske regulering af fiskeriet, s*. 103.

Opgave 3 (ca. 15 point)

I et koordinatsystem i rummet er der givet tre punkter

$$A(2,5,-1) \quad , \quad B(0,6,2) \quad \text{og} \quad C(-3,5,1)\,.$$

Beregn vinklen mellem vektorerne $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$.

Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne A, B og C.

Beregn arealet af trekant ABC.

Beregn koordinatsættet til projektionen af punktet $P(2,0,3)$ på planen α.

Opgave 4
(ca. 15 point)

I en model for torskeyngel på Færø Plateau antages det, at længden af den enkelte fisk, målt i cm, er normalfordelt med middelværdi 2,8 cm og spredning 0,5 cm.

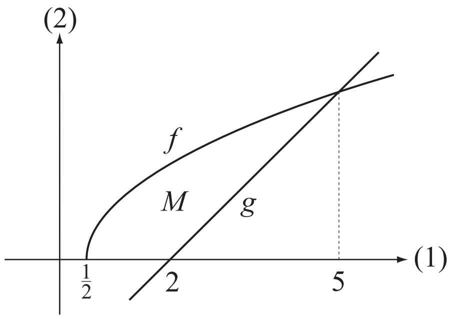
Bestem ved hjælp af modellen, hvor mange procent af torskeyngel på Færø Plateau der har en længde på mere end 3,5 cm.

Bestem ved hjælp af modellen, hvor mange procent af torskeyngel på Færø Plateau der har en længde mellem 2,5 cm og 3,0 cm.

På Færø Banke antages det også, at længden af torskeyngel er normalfordelt. Undersøgelser af torskeyngel på Færø Banke har vist, at middelværdien μ er større end 2,8 cm, mens spredningen σ også her er 0,5 cm.

Bestem middelværdien μ af længden af torskeyngel på Færø Banke, når det oplyses, at 10% af torskeynglen har en længde på mere end 4,0 cm.

Opgave 5
(ca. 15 point)



En punktmængde M begrænses af koordinatsystemets førsteakse samt graferne for funktionerne f og g, der er bestemt ved

$$f(x)=\sqrt{2x-1} \quad \text{og} \quad g(x)=x-2\,.$$

Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360º om koordinatsystemets førsteakse.

Opgave 6
(ca. 10 point)

Om en funktion f oplyses, at f er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx}=\frac{4\cos x}{y}\ ,$$

og at $f(0)=3$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(0,3)$.

Bestem en forskrift for f.

VEND!

Opgave 7a
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + x + 2} \quad , \quad x \in R \, .$$

Bestem monotoniforholdene for f.

Bestem en ligning for tangenten t til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.

Tangenten t har udover punktet P yderligere et punkt Q fælles med grafen for f.

Benyt grafregneren til at bestemme førstekoordinaten til punktet Q.

Opgave 7b
(ca. 15 point)

En familie af parabler P_c er bestemt ved

$$P_c : \; y = x^2 - 4x + c \, .$$

Beregn for $c = 3$ koordinatsættet til toppunktet T for parablen P_3.

En linje l er bestemt ved

$$l : \; 2x - y - 4 = 0 \, .$$

Beregn afstanden fra T til l.

Beregn c, så P_c og l har netop et fællespunkt.

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse