MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

PRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Tirsdag den 29. maj 2007 kl. 9.00-13.00

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 100 point

Eksamenssæt fra Færøerne

Opgave 1
(ca. 15 point)

Tabellen viser udviklingen i den globale vindkraftkapacitet (målt i MW) i perioden 1992 – 2000.

Antal år efter 1992	0	2	4	6	7	8
Global vindkraft-kapacitet i MW	2510	3488	6070	10150	13930	18450

I en model antages, at den globale vindkraftkapacitet som funktion af antal år efter 1992 kan beskrives ved en funktion af typen

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $f(x)$ er den globale vindkraftkapacitet (målt i MW), og x er antal år efter 1992.

Bestem tallene a og b ved hjælp af tabellens data.

Bestem fordoblingskonstanten for f.

Benyt modellen til at bestemme den årlige procentvise tilvækst i den globale vindkraftkapacitet.

Bestem det årstal, hvor den globale vindkraftkapacitet ifølge modellen er 25000 MW.

Kilde: http://earth-policy.org/Indicators/Wind/2006.htm

VEND!

Opgave 2
(ca. 15 point)

I rummet er givet et koordinatsystem med begyndelsespunkt $O(0\,,0\,,0)$. Planen α er bestemt ved, at den indeholder O samt punkterne $A(6\,,4\,,0)$ og $B(-3\,,2\,,12)$.

Bestem en ligning for α.

Beregn arealet af trekant OAB.

Planen β er bestemt ved ligningen $4x+12y+5z+298=0$.

Beregn den spidse vinkel mellem α og β.

Beregn koordinatsættet til projektionen af A på β.

Opgave 3
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x)=4x^3-8x^2+4x\,.$$

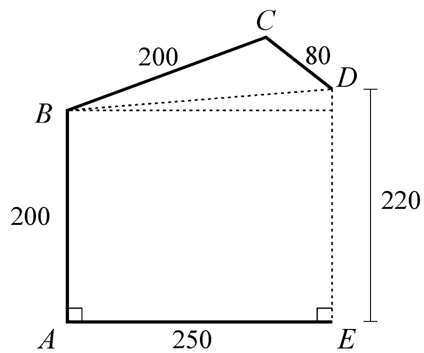
Bestem funktionens monotoniforhold.

Bestem en ligning for tangenten t til grafen for f i punktet $P(\tfrac{1}{2}\,,f(\tfrac{1}{2}))$.

Det oplyses, at t og grafen for f har netop to punkter fælles. Det ene fællespunkt er P, og det andet er $Q(1{,}0)$. Grafen for f og t afgrænser en punktmængde M, der har et areal.

Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Opgave 4
(ca. 15 point)



Figuren viser et lodret snit gennem et læskur. Linjestykket AE er vandret og har længden 250 cm . Linjestykket AB er lodret og har længden 200 cm. Linjestykket BC er 200 cm, og linjestykket CD er 80 cm. Punktet D ligger lodret over punktet E, og afstanden mellem E og D er 220 cm.

Beregn afstanden mellem B og D.

Beregn $\angle ABD$.

Beregn afstanden fra C til den vandrette linje gennem A og E.

Opgave 5
(ca. 15 point)

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x-1}{2y} \ ,$$

og grafen for f går gennem punktet $P(3,-1)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i P.

Bestem forskrift og definitionsmængde for f.

Opgave 6
(ca. 15 point)

En stokastisk variabel X er binomialfordelt med antalsparameter 18 og sandsynlighedsparameter 0,4.

Bestem middelværdi og spredning for X.

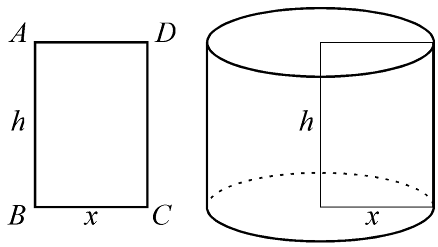
Bestem $P(X = 7)$ og $P(X \geq 7)$.

Bestem den mest sandsynlige værdi for X.

Bestem sandsynligheden for, at X er mindre end 11, når det er givet, at X er større end eller lig med 7.

Opgave 7a
(ca. 10 point)

I et rektangel $ABCD$ med omkredsen 24 betegner x og h længden af siderne (se figuren). Rektanglet drejes 360° om siden AB, så der fremkommer en cylinder.



Bestem rumfanget af cylinderen, når $x = 5$.

Bestem det størst mulige rumfang af cylinderen.

Opgave 7b
(ca. 10 point)

Beregn den eksakte værdi af hvert af integralerne

$$\int_0^1 (x+1)\,\mathrm{e}^{x^2+2x+1}\,dx \quad \text{og} \quad \int_1^2 (x+1)\ln x\,dx\,.$$

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse