MATEMATISK LINJE
1-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

DELPRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Fredag den 24. maj 2013 kl. 9.00-13.10

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 75 point

Opgave 2
(ca. 15 point)

I et koordinatsystem i planen er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ bestemt ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Beregn gradtallet for vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

Beregn arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

Beregn længden af projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.

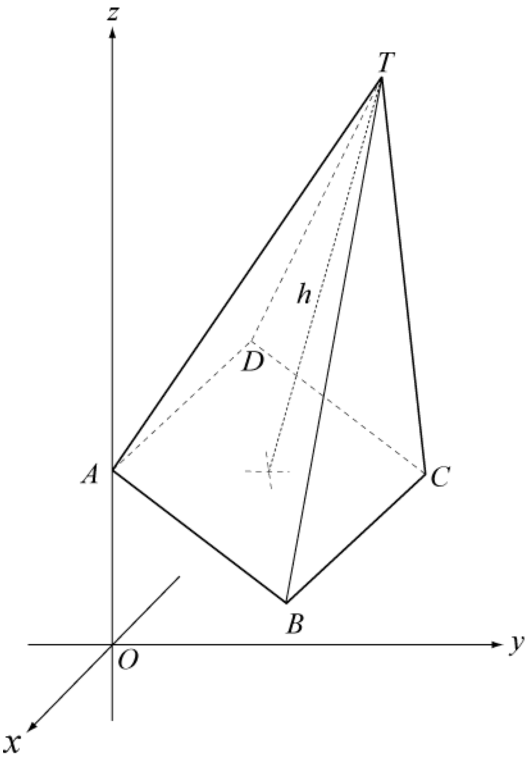
Beregn tallene s og t, så

$$s\vec{a} + t\vec{b} = \vec{c}, \text{ hvor } \vec{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

VEND!

Opgave 3
(ca. 15 point)

$A(0,0,4)$
$B(1,5,2)$
$D(-3,2,6)$
$T\left(6,\frac{11}{2},\frac{25}{2}\right)$



Figuren viser en pyramide *ABCDT* i et koordinatsystem med begyndelsespunkt *O*. Pyramidens grundflade *ABCD* er et parallelogram, der er udspændt af vektorerne $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AD}$.

Beregn koordinatsættet til hver af vektorerne $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AD}$, og beregn koordinatsættet til punktet *C*.

Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *D*.

Pyramiden *ABCDT* har rumfanget

$$V = \tfrac{1}{3} \cdot h \cdot G,$$

hvor *h* er afstanden fra *T* til α, og *G* er arealet af parallelogrammet *ABCD*.

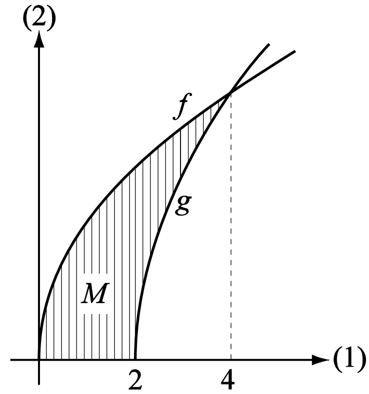
Beregn rumfanget *V*.

Opgave 4
(ca. 15 point)

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = 4\sqrt{x}$$

$$g(x) = 4\sqrt{2x-4}\ .$$



Graferne for de to funktioner afgrænser sammen med koordinatsystemets førsteakse et område M, der har et areal.

Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om koordinatsystemets førsteakse.

Opgave 5
(ca. 15 point)

En funktion f er en løsning til differentialligningen

(*) $$\frac{dy}{dx} = 2y^2\ ,$$

og grafen for f går gennem punktet $P\left(2,\frac{1}{2}\right)$.

Bestem forskrift og definitionsmængde for f.

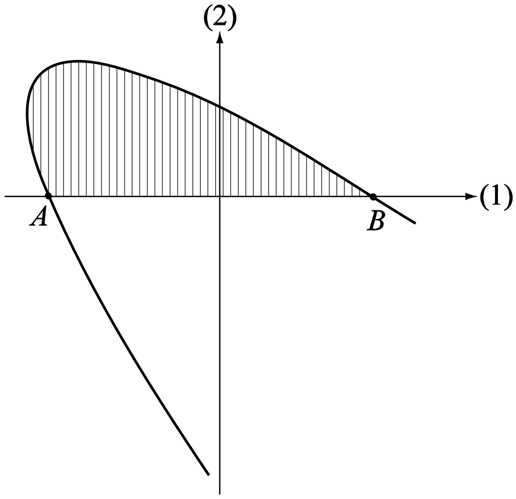
En funktion g er bestemt ved

$$g(x) = \frac{1}{3-2x}, \quad x < \frac{3}{2}.$$

Gør rede for, at g er en løsning til differentialligningen (*).

VEND!

Opgave 6a
(ca. 15 point)



I et koordinatsystem i planen er en kurve givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{matrix} x = t^2 + 2t - 8 \\ y = -t^2 + t + 6 \end{matrix} \quad , \quad t \in \mathrm{R}.$$

Kurven skærer førsteaksen i punkterne A og B, se figuren.

Beregn koordinatsættet til hvert af punkterne A og B.

Bestem en parameterfremstilling for kurvens tangent i punktet A.

Kurven og førsteaksen afgrænser i første og anden kvadrant en punktmængde, der er skraveret på figuren.

Bestem arealet af den skraverede punktmængde.

Opgave 6b
(ca. 15 point)

Antallet af individer i en population kan beskrives ved en funktion f af tiden t, hvor t angives i år. Funktionen f er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dt} = 0{,}0036 \cdot y \cdot (32 - y)\,,$$

og $f(10) = 20$.

Bestem en forskrift for f.

Løs ligningen $f(t) = 25$.

Bestem størsteværdien af væksthastigheden for funktionen $f(t)$.

Kun én af opgaverne 6a og 6b må afleveres til bedømmelse