MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

# MATEMATIK

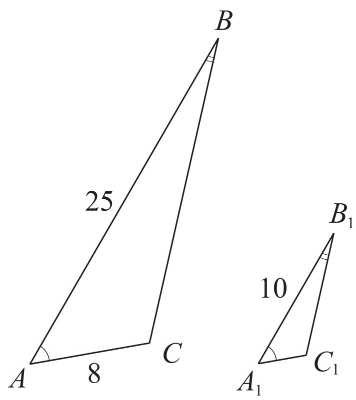
**PRØVEN UDEN HJÆLPEMIDLER**

**Fredag den 3. juni 2011 kl. 9.00-11.00**

Der tildeles i alt ca. 50 point

**Opgave 1**
(ca. 3 point)

Figuren viser to ensvinklede trekanter $ABC$ og $A_1B_1C_1$. Nogle af målene fremgår af figuren.




Beregn $|A_1C_1|$.

**Opgave 2**
(ca. 3 point)

Reducér $(x+y)^2-(2x-3y)^2+3x(x-4y)$.

**Opgave 3**
(ca. 4 point)

Beregn $\int_0^1 (x^9+x)\,dx$.

**VEND!**

**Opgave 4** (ca. 4 point)

Om funktionen $f(x) = b \cdot x^a$ oplyses det, at

$$f(1) = \frac{1}{9} \quad \text{og} \quad f(6) = 4\,.$$

Bestem $a$ og $b$.

**Opgave 5** (ca. 6 point)

I et koordinatsystem i planen er to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ bestemt ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ t+2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2t+4 \\ 2 \end{pmatrix},$$

hvor $t$ er et tal.

Bestem de værdier af $t$, for hvilke $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

Bestem for $t = 1$ arealet af det parallelogram, der udspændes af $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

**Opgave 6** (ca. 4 point)

Sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel $X$ er bestemt ved følgende tabel:

| $t$ | 0 | 3 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=t)$ | 0,5 | 0,2 | 0,2 | |

Beregn $P(X=7)$, og beregn $E(X)$.

**Opgave 7** (ca. 6 point)

I et koordinatsystem i rummet er der givet en kugle med centrum i $P(1,4,0)$ og radius 5.

Bestem en ligning for kuglen.

Punktet $Q(1,7,4)$ ligger på kuglen.

Bestem en ligning for kuglens tangentplan i $Q$.

**Opgave 8** (ca. 7 point)

I et koordinatsystem i planen bevæger et punkt $P(x,y)$ sig, således at der til tidspunktet $t$ gælder

$$\begin{aligned} x &= t^2 + 2t \\ y &= t^3 + 3 \end{aligned} \quad , \quad t \in \mathrm{R}\,.$$

Beregn koordinatsættet til hvert af de punkter, hvori banekurven skærer andenaksen.

Beregn $t$-værdien til hvert af de punkter på banekurven, hvori hastighedsvektoren er parallel med vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

**Opgave 9** (ca. 4 point)

En funktion $f$ er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x \cdot y}{1 + y^2},$$

og grafen for $f$ går gennem punktet $P(5,2)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for $f$ i punktet $P$.

**Opgave 10** (ca. 4 point)

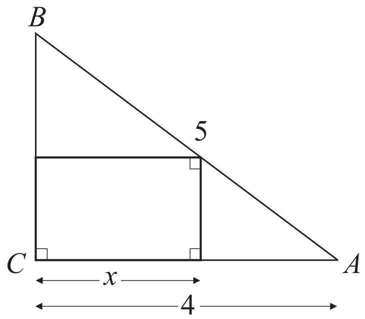
To funktioner $f$ og $g$ er givet ved

$$f(x) = (3x^2 + x^3)e^x \text{ og } g(x) = x^3 e^x .$$

Gør rede for, at $g$ er en stamfunktion til $f$.

**Opgave 11** (ca. 5 point)

På figuren ses et rektangel indskrevet i en retvinklet trekant $ABC$. Det oplyses, at $|AB| = 5$, og at $|AC| = 4$. Længden af rektanglets ene side betegnes med $x$ (se figuren).




Gør rede for, at arealet $R$ af rektanglet som funktion af $x$ er bestemt ved

$$R(x) = x \cdot (3 - \frac{3}{4}x).$$

Bestem den værdi af $x$, der gør rektanglets areal størst muligt.