STUDENTEREKSAMEN AUGUST-SEPTEMBER 2012 **2012-8-7**

MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

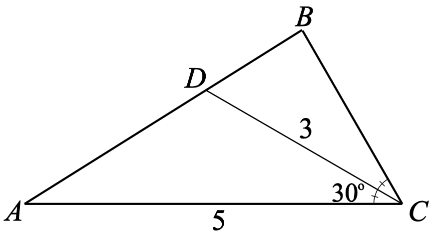
PRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Onsdag den 15. august 2012 kl. 9.00-13.00

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 100 point

Opgave 1
(ca. 15 point)



I trekant *ABC* skærer vinkelhalveringslinjen for vinkel *C* siden *AB* i punktet *D*. Det oplyses, at $|AC| = 5$, $|CD| = 3$ og $\angle ACD = 30°$.

Beregn arealet af trekant *ACD*, og beregn $|AD|$.

Beregn $\angle A$.

Beregn $|BC|$.

VEND!

Opgave 2
(ca. 15 point)

Tabellen viser verdens befolkningstal i perioden 1950-2000.

År efter 1950	0	10	20	30	40	50
Befolkningstal (mia.)	2,52	3,02	3,70	4,44	5,28	6,09

Det oplyses, at verdens befolkningstal (målt i milliarder) som funktion af tiden x (målt i år efter 1950) med tilnærmelse kan beskrives ved en eksponentielt voksende funktion $f(x)$.

Benyt tabellens data til at bestemme en forskrift for $f(x)$.

Benyt $f(x)$ til at bestemme fordoblingstiden for verdens befolkningstal og til at bestemme det år, hvor verdens befolkningstal er 9 milliarder.

Bestem $f'(50)$, og giv en fortolkning af dette tal.

Opgave 3
(ca. 10 point)

Beregn ved hjælp af stamfunktioner

$$\int_0^1 x^2 \cdot e^{x^3+1}\, dx \; .$$

Bestem integralet

$$\int x^7 \cdot \ln x \, dx \, .$$

Opgave 4
(ca. 15 point)

I en model for en bakteriesygdom er antallet af smittede en funktion N af tiden t (målt i uger). Det oplyses, at N er en løsning differentialligningen

$$\frac{dN}{dt} = 1{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot N \cdot (25000 - N),$$

og $N(0) = 2500$.

Bestem den hastighed $\frac{dN}{dt}$, som smitten udbreder sig med på det tidspunkt, hvor antallet af smittede $N = 5000$.

Bestem en forskrift for N.

Bestem det tidspunkt t, hvor antallet af smittede er 18000.

Opgave 5 (ca. 15 point)

I et koordinatsystem i rummet er to linjer l og m bestemt ved

$$l: \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad t \in \mathrm{R}$$

$$m: \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \quad , \quad s \in \mathrm{R}.$$

Gør rede for, at l og m skærer hinanden i punktet $P(-1, 1, 2)$.

Bestem en ligning for den plan α, der indeholder l og m .

Bestem en ligning for den kugle, der har α som tangentplan, og som har centrum i punktet $O(0, 0, 0)$.

Opgave 6 (ca. 15 point)

En stokastisk variabel X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 20$ og sandsynlighedsparameter $p = 0{,}4$.

Bestem $P(X = 10)$

Bestem $P(X \leq 10)$.

Bestem $P(X \geq 8 \mid X \leq 10)$.

VEND!

Opgave 7a
(ca. 15 point)

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x+4}{e^y} \ ,$$

og grafen for f går gennem punktet $P(0, 0)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

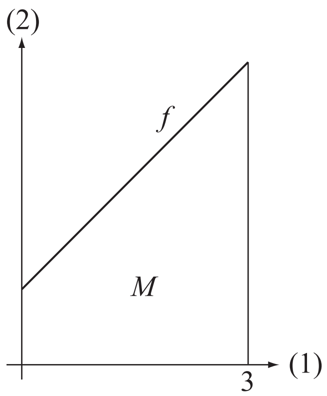
Bestem forskrift og definitionsmængde for f.

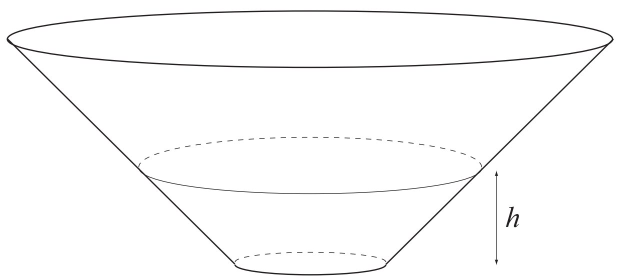
Opgave 7b
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x+1 \ , \ \ x \in [0;3] \, .$$

Grafen for f, koordinatsystemets akser og linjen med ligningen $x = 3$ afgrænser en punktmængde M, der har et areal. Det indre af en beholder har form som det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om førsteaksen.





Bestem rumfanget af det indre af beholderen.

Der hældes vand i beholderen til højden h.

Bestem ved hjælp af grafregneren højden h, så beholderen er halvt fyldt med vand.

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse