

MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

PRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

Mandag den 11. maj 2009 kl. 9.00-13.00

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 100 point

Eksamenssæt fra Færøerne

Opgave 1
(ca. 15 point)

Tabellen nedenfor viser udviklingen i den årlige danske eksport af udstyr til solceller i perioden 2002-2007.

Antal år efter 2002	0	1	2	3	4	5
Eksport i mio. kr.	29,1	38,8	78,1	110,9	187,6	279,7

I en model kan den årlige danske eksport af udstyr til solceller i mio. kr. som funktion af tiden, målt i antal år efter 2002, beskrives ved en eksponentielt voksende funktion f .

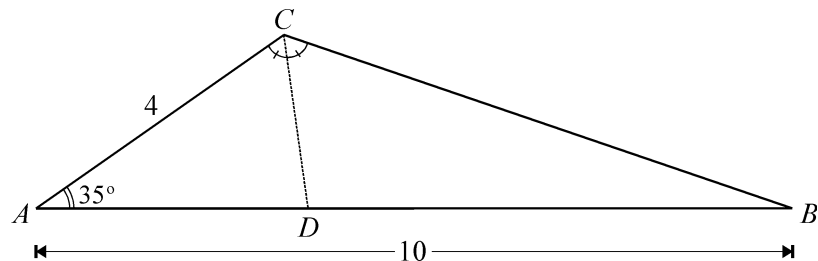
Bestem en forskrift for f ved hjælp af tabellens data.

Benyt den fundne forskrift til at bestemme fordoblingstiden for den danske eksport af udstyr til solceller.

Benyt den fundne forskrift til at bestemme det år, i hvilket den danske eksport af udstyr til solceller første gang vil overstige 1000 mio. kr.

VEND!

Opgave 2
(ca. 15 point)



I trekant ABC er $\angle A = 35^\circ$, og vinkel C er stump. Endvidere er $|AB| = 10$ og $|AC| = 4$.

Beregn $|BC|$ og $\angle B$.

Vinkelhalveringslinjen for vinkel C skærer siden AB i punktet D .

Beregn $|CD|$ og arealet af trekant ACD .

Opgave 3
(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 1.$$

Bestem monotoniforholdene for f .

Bestem en ligning for tangenten t til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.

Det oplyses, at tangenten t skærer grafen for f i yderligere et punkt Q .

Bestem ved hjælp af grafregneren koordinatsættet til Q .

Opgave 4
(ca. 15 point)

I et koordinatsystem i rummet er en plan α givet ved ligningen

$$2x + y - 3z + 9 = 0,$$

og en linje l er givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

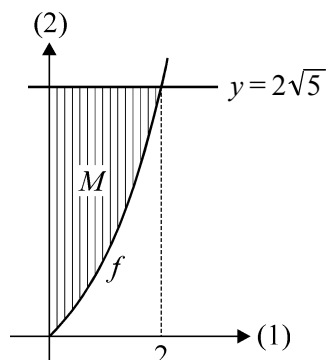
Beregn koordinatsættet til skæringspunktet mellem linjen l og planen α .

Beregn den spidse vinkel mellem linjen l og planen α .

Beregn afstanden fra punktet $P(9, 3, 10)$ til linjen l .

Bestem en ligning for den plan β , der indeholder linjen l og punktet P .

Opgave 5
(ca. 15 point)



En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x \cdot \sqrt{1 + x^2}, \quad x \geq 0.$$

Grafen for f , koordinatsystemets andenakse og linjen med ligningen $y = 2\sqrt{5}$ afgrænser en punktmængde M , der har et areal.

Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M .

Beregn ved hjælp af stamfunktioner rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om koordinatsystemets førsteakse.

Opgave 6
(ca. 10 point)

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x},$$

og grafen for f går gennem punktet $P(1, \frac{1}{2})$.

Bestem forskrift og definitionsområde for f .

VEND!

Opgave 7a
(ca. 15 point)

For et stort parti varer af en bestemt type er vægten af varerne (målt i kg) normalfordelt. Det oplyses, at 20% af varerne vejer under 20 kg, og at 30% af varerne vejer mere end 25 kg.

Bestem middelværdi og spredning for denne normalfordeling.

Fra varepartiet udtages på tilfældig måde en stikprøve på 15 varer.

Bestem sandsynligheden for, at der i stikprøven er højst 2 varer, der vejer mere end 25 kg.

Bestem for stikprøven det mest sandsynlige antal varer, der vejer mere end 25 kg.

Opgave 7b
(ca. 15 point)

I en sø udledes pesticid. I en model er koncentrationen af pesticid (målt i ppm) en funktion f af tiden t (målt i døgn), og f er den løsning til differential-ligningen

$$\frac{dy}{dt} = 0,05 - 0,01y, \quad y < 5,$$

der opfylder, at $f(0) = 0$.

Bestem en forskrift for f , og løs ligningen $f(t) = 2$.

I en prognose forudsættes det, at udledningen af pesticid i søen kan bringes til ophør, når $t = 60$. I tidsrummet indtil $t = 60$ kan koncentrationen af pesticid beskrives ved den fundne løsning ovenfor. I tidsrummet efter $t = 60$ kan koncentrationen af pesticid bestemmes ved den løsning g til differentialligningen

$$\frac{dy}{dt} = -0,01y,$$

som opfylder, at $f(60) = g(60)$.

Til hvilket tidspunkt er koncentrationen af pesticid ifølge prognosen nået ned på 1 ppm?

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse
