MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

PRØVEN UDEN HJÆLPEMIDLER

Fredag den 22. august 2008 kl. 9.00-11.00

Der tildeles i alt ca. 50 point

Eksamenssæt fra Færøerne

Opgave 1
(ca. 4 point)

I et koordinatsystem i planen er to linjer l og m givet ved

$$l: \quad 3x - 2y - 16 = 0$$

$$m: \quad x + 4y + 18 = 0 .$$

Beregn koordinatsættet til skæringspunktet mellem l og m.

Opgave 2
(ca. 6 point)

I et koordinatsystem i planen er to vektorer givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} t \\ 1-t \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

Beregn tallet t, så de to vektorer er parallelle.

Beregn tallet t, så de to vektorer er ortogonale.

Opgave 3
(ca. 5 point)

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = x \quad \text{og} \quad g(x) = -x^2 + 2x .$$

Graferne for de to funktioner afgrænser en punktmængde, der har et areal.

Beregn dette areal.

VEND!

Opgave 4 (ca. 5 point)

Sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X er fastlagt ved følgende tabel:

t	0	2	4	6
$P(X=t)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{8}$

Beregn $P(X \leq 4)$, og beregn middelværdien $E(X)$.

Opgave 5 (ca. 5 point)

Funktionen f er bestemt ved

$$f(x) = \frac{1}{x} + \mathrm{e}^x + x\,,\quad x > 0\,.$$

Bestem den stamfunktion til f, hvis graf går gennem punktet $P(1,\mathrm{e})$.

Opgave 6 (ca. 4 point)

Løs ligningen $\log(10x+1) - \log(x) = 2$.

Opgave 7 (ca. 3 point)

Reducér $\dfrac{a^3b^2 - ab^4}{a^2(a+b)}$.

Opgave 8 (ca. 5 point)

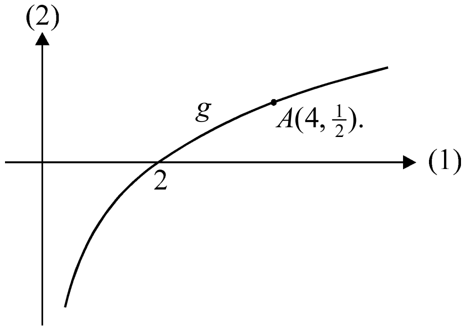
I et koordinatsystem bevæger et punkt $P(x,y)$ sig, således at der til tidspunktet t gælder

$$\begin{aligned} x &= t^3 - 9t \\ y &= 4 - t^2 \end{aligned}\quad ,\quad t \in \mathrm{R}\,.$$

Bestem værdien af t for hvert af banekurvens skæringspunkter med andenaksen.

Bestem værdien af t for hvert af de punkter på banekurven, hvori hastighedsvektoren er parallel med andenaksen.

Opgave 9
(ca. 5 point)



På figuren ses en skitse af grafen for en voksende funktion g. Det oplyses, at $g(x) = f'(x)$, hvor $f(x)$ er defineret for $x > 0$. Endvidere ses punktet $A(4, \frac{1}{2})$ på grafen for g.

Bestem monotoniforholdene for f.

Det oplyses, at $f(4) = 17$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(4, f(4))$.

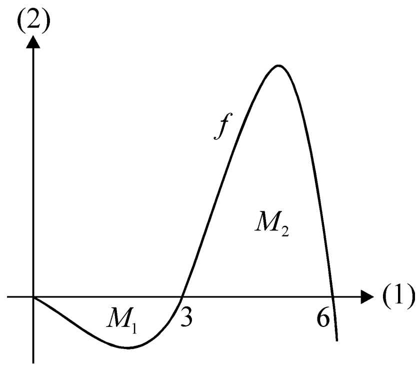
Opgave 10
(ca. 3 point)

På figuren ses en skitse af grafen for en funktion f. Det oplyses, at

$$\int_0^6 f(x)\,dx = 7{,}5\,,$$

og at arealet af området M_2 er lig 9,6.

Bestem arealet af området M_1.



Opgave 11
(ca. 5 point)

En funktion g er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\,.$$

Funktionen f er bestemt ved

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^x + g(x)\,.$$

Gør rede for, at f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = x\,\mathrm{e}^x + \frac{y}{x}\,.$$