STUDENTEREKSAMEN AUGUST-SEPTEMBER 2007 **2007-8-7**

MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

PRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

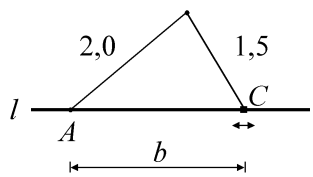
Tirsdag den 14. august 2007 kl. 9.00-13.00

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 100 point

Eksamenssæt fra Færøerne

Opgave 1
(ca. 15 point)



På figuren ses en skinne l og to stænger. Den ene stang har endepunkter A og B, den anden har endepunkter C og B. Stangen AB er fastgjort til l i punktet A og kan drejes om punktet A. Punktet C kan bevæges frem og tilbage langs l. De to stænger er ved et bevægeligt led samlet i B. Længden af AB er 2,0, længden af BC er 1,5, og længden af linjestykket AC betegnes med b, hvor $0{,}5 < b < 3{,}5$.

Beregn b, når $\angle ABC = 90°$.

Beregn $\angle ABC$, når $b = 1$.

Der findes to værdier af b, for hvilke $\angle CAB = 30°$.

Beregn disse to værdier af b.

VEND!

Opgave 2
(ca. 10 point)

Tabellen viser sammenhørende værdier af tiden og hektarudbyttet af hvedeavl på verdensplan.

Tid (år efter 1960)	0	6	11	15	20	25	30	37
Hektarudbytte (ton hvede pr. hektar)	1,1	1,3	1,5	1,6	1,8	2,1	2,3	2,6

Det oplyses, at hektarudbyttet U (ton hvede pr. hektar) som funktion af tiden t (år efter 1960) med god tilnærmelse er en lineær funktion.

Benyt tabellens data til at bestemme en forskrift for U.

I det følgende antages, at hektarudbyttet af hvedeavl på verdensplan efter 1997 fortsat kan beskrives ved den fundne funktion U.

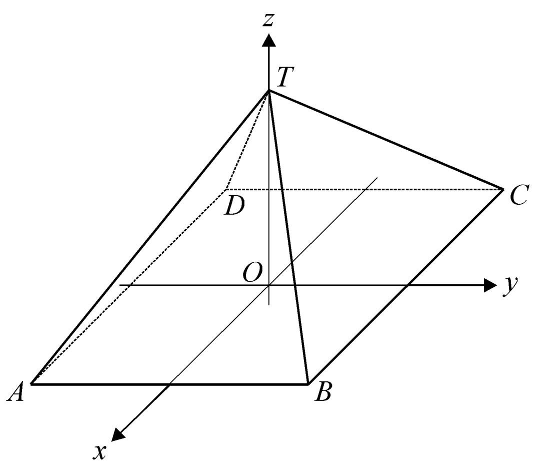
Bestem, hvor stort hektarudbyttet vil være i år 2010.

I Danmark kan man opnå et hektarudbytte på 10 ton hvede pr. hektar.

Hvor mange år efter 1960 vil der gå, inden hektarudbyttet på verdensplan når op på 40% af denne værdi?

Kilde: *US Agriculture Department,* 1998

Opgave 3
(ca. 15 point)



$O(0,0,0)$
$A(10,-10,0)$
$B(10,10,0)$
$C(-10,10,0)$
$D(-10,-10,0)$
$T(0,0,15)$

Figuren viser en pyramide indtegnet i et koordinatsystem med begyndelsespunkt O. Pyramiden har hjørnerne A, B, C, D og T. Hjørnernes koordinatsæt er angivet på figuren.

Bestem en ligning for den plan, der indeholder sidefladen BCT .

Planen, der indeholder sidefladen ABT, har ligningen $3x+2z-30=0$.

Beregn den stumpe vinkel mellem de to planer, der indeholder sidefladerne ABT og BCT.

Beregn afstanden fra O til den plan, der indeholder sidefladen ABT.

Beregn afstanden fra O til linjen gennem A og T.

Opgave 4 (ca. 15 point)

En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 + \frac{48}{x} \quad , x > 0 .$$

Løs ligningen $f'(x) = 0$.

Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen og linjerne med ligningerne $x = \frac{1}{2}$ og $x = 4$ en punktmængde M, der har et areal.

Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om førsteaksen.

Opgave 5 (ca. 15 point)

I en model for en bestemt løber, der løber kortdistanceløb, er løberens hastighed v (meter pr. sekund) som funktion af tiden t (sekunder) løsning til differentialligningen

$$\frac{dv}{dt} = 12{,}2 - 1{,}121\,v .$$

Bestem en forskrift for v, når det oplyses, at $v(0) = 0$.

Med s (meter) betegnes den strækning, som løberen har tilbagelagt til tiden t. Det oplyses, at s er en stamfunktion til v, og at $s(0) = 0$.

Bestem en forskrift for s.

Benyt grafregneren til at bestemme, hvor lang tid løberen ifølge modellen vil være om at løbe et løb på 100 m.

Kilde: *Joseph B. Keller*, *American Mathematical Monthly*, *Vol.* 81, *No.* 5 (*May*, 1974), *pp.* 474-480.

Opgave 6 (ca. 15 point)

Med X betegnes den stokastiske variabel, der angiver varigheden af en kvindes graviditet.
I en model antages det, at X er normalfordelt med en middelværdi på 266 dage og en spredning på 10 dage.

Bestem $P(X \leq 240)$.

Bestem $P(261 \leq X \leq 271)$.

Bestem det mindste naturlige tal n, for hvilket

$$P(266 - n \leq X \leq 266 + n) \geq 0{,}95.$$

VEND!

Opgave 7a
(ca. 15 point)

Bestem den løsning f til differentialligningen

$$y'' = 4y \ ,$$

der opfylder $f(0) = 1$ og $f'(0) = 0$.

Beregn ved hjælp af stamfunktioner $\int_0^2 f(x)\,dx$.

Beregn konstanten k, således at funktionen $g(x) = f(x) - x^2 + k$ er løsning til differentialligningen

$$y'' = 4(y + x^2) \ .$$

Opgave 7b
(ca. 15 point)

I et koordinatsystem i planen er en kurve givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{aligned} x &= \ln t \\ y &= -t^2 + 4t - 1{,}75 \end{aligned} \quad , \quad t > 0 .$$

Beregn koordinatsættet til hvert af kurvens skæringspunkter med førsteaksen, og skitsér kurven.

For to værdier af t er hastighedsvektoren parallel med vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$.

Beregn de to værdier af t.

Kurven afgrænser sammen med førsteaksen en punktmængde M, der har et areal.

Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse