MATEMATISK LINJE
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

MATEMATIK

PRØVEN MED HJÆLPEMIDLER

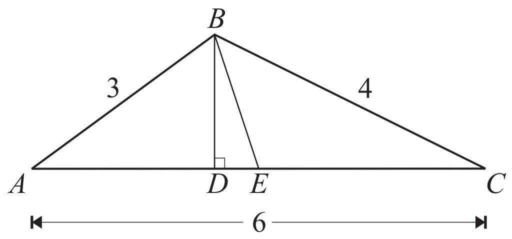
Onsdag den 26. maj 2010 kl. 9.00-13.00

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse

Der tildeles i alt ca. 100 point

Eksamenssæt fra Færøerne

Opgave 1
(ca. 15 point)



Om en trekant ABC oplyses, at $|AB| = 3$, $|BC| = 4$ og $|AC| = 6$.

Beregn $\angle A$ samt arealet af trekant ABC.

Højden fra B skærer AC i punktet D. Medianen fra B skærer AC i punktet E.

Beregn $\angle DBE$.

VEND!

Opgave 2
(ca. 15 point)

Når strålingen fra en radioaktiv kilde trænger igennem et stoflag, er strålingens intensitet en eksponentielt aftagende funktion af stoflagets tykkelse.
For en bestemt type stråling, der trænger igennem et blylag, er der målt følgende sammenhørende værdier for strålingens intensitet I (målt i en passende enhed) og blylagets tykkelse x (målt i mm).

Tykkelse x	2,0	4,0	8,0	10,0	14,0
Intensitet I	4062	3131	1907	1455	896

Bestem ved hjælp af tabellens data en forskrift for I som funktion af x.

Bestem, hvor tykt et blylag skal være for at halvere intensiteten af strålingen.

For den samme type stråling gælder, at et betonlag med en tykkelse på 41 mm halverer intensiteten af strålingen.

Bestem, hvor mange procent strålingens intensitet aftager, når strålingen trænger igennem et betonlag, der er 70 mm tykt.

Opgave 3
(ca. 15 point)

I et koordinatsystem i rummet er en plan α givet ved ligningen

$$3x - y + z = 32,$$

og en linje l har parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathrm{R}.$$

Beregn den spidse vinkel mellem l og α.

Beregn koordinatsættet til skæringspunktet P mellem l og α.

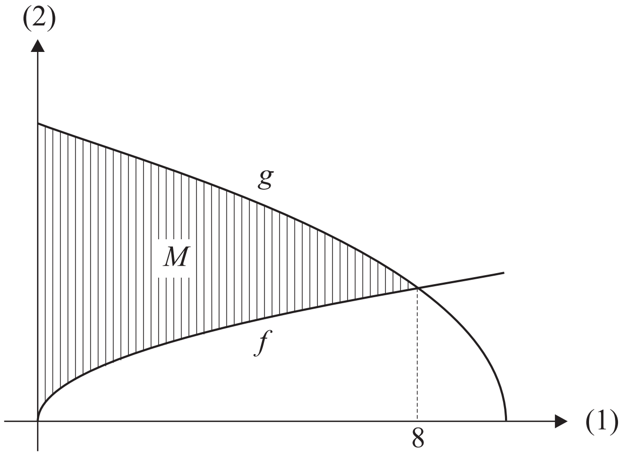
Bestem en ligning for den plan β, der indeholder l og punktet $Q(1,2,3)$.

Opgave 4 (ca. 15 point)

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x)=\sqrt{x}$$
$$g(x)=\sqrt{40-4x}\ .$$

Graferne for de to funktioner afgrænser sammen med koordinatsystemets andenakse et område M, der har et areal.



Beregn ved hjælp af stamfunktioner arealet af M.

Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om koordinatsystemets førsteakse.

Opgave 5 (ca. 15 point)

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2x-7}{2y}\ ,$$

og grafen for f går gennem punktet $P(5,1)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

Bestem forskrift og definitionsmængde for f.

VEND!

Opgave 6
(ca. 15 point)

I et bestemt lotteri er sandsynligheden 20% for, at en lodseddel giver gevinst. Der købes 25 lodsedler.

Bestem sandsynligheden for, at ingen af de 25 lodsedler giver gevinst.

Bestem sandsynligheden for, at mindst 2 af de 25 lodsedler giver gevinst.

Hvor mange lodsedler skal man mindst købe, hvis sandsynligheden for, at ingen af de købte lodsedler giver gevinst, skal være under 5%.

Opgave 7a
(ca. 10 point)

I et koordinatsystem i planen bevæger et punkt $P(x, y)$ sig, således at der til tidspunktet t gælder

$$\begin{aligned} x &= 3\ln t - 1 \\ y &= -t^2 + 4t - 3 \end{aligned} \quad , \quad t > \tfrac{1}{2} .$$

Beregn de værdier af tallet t, for hvilke banekurven skærer koordinatsystemets førsteakse.

Skitsér banekurven.

Bestem en ligning for tangenten til banekurven i kurvepunktet svarende til $t = 1$.

Opgave 7b
(ca. 10 point)

Bestem den løsning f til differetialligningen

$$y'' + 64y = 0,$$

for hvilken $f(0) = 2$ og $f(\tfrac{\pi}{32}) = 32\sqrt{2}$.

Kun én af opgaverne 7a og 7b må afleveres til bedømmelse