

Skriftlighed

Matematik C

Olav Lyndrup og Ib Michelsen

2009

Indholdsfortegnelse

Forord.....	5
Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt.....	6
Gode råd.....	7
Elevsvar.....	9
Indledning.....	11
Vækstopgaver - 3.....	12
En 2-elev svarer.....	12
En 7-elev svarer.....	13
En 12-elev svarer.....	13
Vækstopgaver - 4.....	14
En 2-elev svarer.....	14
En 7-elev svarer.....	15
En 12-elev svarer.....	17
Vækstopgaver - 6.....	18
En 2-elev svarer.....	18
En 7 elev svarer.....	19
En 12-elev svarer.....	20
Geometriopgaver - 1.....	21
En 2-elev svarer.....	21
En 7-elev svarer.....	23
En 12-elev svarer.....	24
Statistikopgaver - 5.....	25
En 2-elev svarer.....	25
En 7-elev svarer.....	26
En 12 elev svarer.....	28

En opgavebesvarelse til 12.....	31
Generelt.....	33
Opgave 1.....	35
Opgave 2.....	35
Opgave 3.....	37
Opgave 4.....	37
Opgave 5	39
Opgave 6.....	41
Opgave 7.....	43
Opgave 8.....	45

Forord

Hvad kendetegner besvarelser af skriftlige matematikopgaver stillet til HF (Niveau C)? For at give et bud på dette har vi valgt 3 autentiske besvarelser fra maj eksamen 2008 bedømt til hhv. 2, 7 og 12. I disse har vi udvalgt nogle af opgaverne: For hver af disse citeres opgaveformuleringen og de tre elevers besvarelser. Vi har så kommenteret elevernes besvarelser set i lyset af de bedømmelseskriterier, der indleder eksamensopgaverne. Disse bedømmelseskriterier ses citeret umiddelbart efter dette forord i en let redigeret version.

Sidst er 12-besvarelsen gengivet i sin helhed side for side på venstresider; på de tilsvarende højresider findes parallelt hermed en noget grundigere kommentar.

Både i disse kommentarer og i de nedenfor anførte gode råd kan man læse vores holdning til, hvad der er en god opgavebesvarelse. De gode råd kan også opfattes som et bud på, hvad en elev skal have med for at helhedsindtrykket kan give de maksimale 5 point.

Olav Lyndrup og Ib Michelsen

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

NOTATION og LAY-OUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

REDEGØRELSE og DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Gode råd

- En god tekst
 - Præsenterer de centrale dele af opgaven: model, tegning, variable o.l.
 - Er ikke en ordret gengivelse af opgaveteksten
 - Strukturerer opgavebesvarelsen med en entydig læseretning
 - Inkluderer en redegørelse for fremgangsmåden
 - Argumenterer for rigtigheden og baggrunden for de gennemførte beregninger, aflæsninger mv.
 - Fx: Eleven anfører at Pythagoras sætning kan anvendes på $\triangle PQR$, da denne trekant er retvinklet og q er ukendt. Dernæst skrives sætningen enten på generel form eller tilpasset den aktuelle trekant og endelig indsættes de kendte tal sammen med q^2 . Til sidst findes q ved at løse ligningen.
- Figurer og illustrationer
 - I geometriopgaver benyttes principielt rigtige skitser – eller bedre: trekantsskitser med de rigtige vinkelmål og i en målestok, der gør kontrol af beregninger let.
 - Eleven benytter grafer og sumkurver mv. når det eksplicit er krævet og er en del af opgaven eller når det kan tydeliggøre et argument eller være en kontrol af en beregning.
 - Akser markeres med én pilespids, hvad der måles på akserne samt måleenhed.
- Dokumentation
 - Eleven har klart vist, hvorledes et svar er fremkommet. Endvidere er elevens metode korrekt og fornuftig, dvs. den lige vej til målet.
 - Eleven undgår unødvendige mellemregninger med afrundede mellemresultater.
 - Hvis eleven ikke afleverer facit som et eksakt tal (hvor det er relevant), vælger eleven et passende antal betydende cifre (eller et hensigtsmæssigt antal decimaler) og dokumenterer, hvorledes decimaltallet er afrundet.
 - I nogle opgaver kan flere metoder benyttes. Ligninger som $f(x) = c$ kan løses ved beregning, ved grafisk løsning eller ved at lave en relevant tabel. Såfremt metoden ikke er foreslået i opgaveteksten har ingen metode forrang frem for en anden (på C-niveau). Derimod er et usystematisk gæt som svar – selvom det er rigtigt – ikke et fuldt svar.

- Værktøjsprogram
 - Værktøjsprogrammer må anvendes: eleven redegør blot for anvendelsen som fx: ”Til at tegne et boksplot anvendes programmet GeoGebra. Jeg definerer listen med de (evt.) usorterede observationer
 - $L = \{3, 2, 8, 6, 9, 4, 1, 8, 3, -2\}$ og boksplottet
 - `Boksplot[2, 1, L]`”
- Notation
 - Typisk gælder det, at når eleven modellerer fx en taxatur, forklarer eleven, hvad de variable x og y står for: x er taxaturens længde (målt i km) osv.
 - $T_{\frac{1}{2}}$ er halveringskonstanten – det kræver ingen nærmere forklaring i den rigtige sammenhæng; T kan være arealet af en trekant, men benyttes T_1 og T_2 som arealer for 2 deltrekanter, bør det eksplicit defineres.
- Afrunding af et spørgsmål (Konklusionen)
 - Markerer tydeligt, hvad der er svaret på opgaven: Sommetider ganske kort som ved angivelsen af løsningen til en ligning, men ofte med en **hel** sætning som i ”Kontoens indestående vil være mindst 200.000 kr. i løbet af året 2015”.
 - Markeringen foretages typisk med dobbeltunderstregning (eller evt. med anden ligeså utvetydig markering.)
 - Kun svar på opgavens spørgsmål markeres således, dvs. ikke andre mellemfacitter o.l.
 - Skriv altid, hvad der er beregnet som her: $|AB| = 13,1$

Elevsvar

Indledning

I dette afsnit vises og kommenteres 3 elevers besvarelser på nogle af opgaverne fra den skriftlige HF-eksamen i matematik i maj 2008 på C-niveau (2HF081-MAC).

Elevernes eksamensopgaver er bedømt til ¹ hhv. 2 (for den tilstrækkelige præstation), 7 (for den gode præstation) og 12 (for den fremragende præstation). Dette indebærer naturligvis ikke, at den samme karakteristik kan anvendes på enhver delopgave.

Opgaverne er grupperet efter type og for hver enkelt opgave ses de kommenterede besvarelser for de tre elever i samme rækkefølge: først "2-eleven", så "7-eleven" og sidst "12-eleven".

Som en del af grundlaget for bedømmelse og kommentarer har man de herunder citerede bestemmelser (citeret fra eksamensopgaven):

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart, herunder om der i opgavebesvarelsen er:

- en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på*
- en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik*
- en dokumentation ved et passende antal mellemregninger*
- en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde, herunder den eventuelle brug af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder*
- en brug af figurer og illustrationer*
- en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer*
- en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden*
- en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og med brug af almindelig matematisk notation.*

Desuden er der bidraget til helhedsindtrykket. Vi har valgt at lægge vægt på brugen af værktøj, illustrationer, tekst og decimaler. (3)

¹ <https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=25308#K1>

Vækstopgaver - 3

Opgave 3 i sommersættet 2008 er en opgave i lineære sammenhænge:

Opgave 3 Fra april 2005 og 20 måneder frem faldt ledigheden i Danmark med god tilnærmelse med 2900 personer pr. måned. I april 2005 var der 165 200 ledige.

a) Opstil en model, der beskriver udviklingen i antal ledige i den nævnte periode.

Kilde: Danmarks Statistik.

En 2-elev svarer

2-eleven har en forbindende/indledende tekst med; herunder omtales de to centrale begreber startværdi og ændring. Men 2 eleven vil have to punkter og kommer dermed på afveje. Dernæst arbejder 2-eleven videre med potenssammenhænge. Hvad der har ledt 2-eleven hen mod potenssammenhænge, kan der kun spekuleres over. Og er "lejligheder" forårsaget af ordblindhed?

Opg. 3

a) Beskriv udviklingen af antal ledige lejligheder?

- 165200 = fortæller hvor mange ledige lejligheder der var i 2005 i April måned.

- 2900 = fortæller hvor mange personer der valgte lejlighederne fra.

(x_1, y_1) og (x_2, y_2)

$$a = \frac{\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\log\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}$$

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)}$$

$$a = \frac{\log\left(\frac{165200}{20}\right)}{\log\left(\frac{2900}{0}\right)}$$

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(1,507)}$$

$$T_2 = 1,69$$

$$a = 1,507$$

En 7-elev svarer

opg 3

Fra april 2005 og 20 måneder frem faldt ledigheden i DK med god tilnærmelse med 2900 personer pr. måned. I april 2005 var der 165200 ledige.

a) opstil en model, der beskriver udviklingen i antal ledige i nævnte periode.

$$y = -2900x + 165200$$

y = antal ledige i alt

x = antal måneder efter april

- 2900 viser at det falder med dette antal pr. måned

165200 viser at dette antal ledige var i april måned.

7-eleven har en forbindende/indledende tekst med; herunder omtales de to centrale begreber med startværdi og ændring. 7-eleven har nævner ikke ordet "lineær" og skriver ikke den generelle ligning for lineær sammenhæng. 7-eleven har derefter "en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden".

En 12-elev svarer

opgave 3

lineær sammenhæng

$$y = ax + b$$

a)

$$\underline{y = -2900x + 165200}$$

hvor y er antal ledige
efter x antal måneder

12-eleven har en ultra kort forbindende/indledende tekst med typen af sammenhæng og dennes generelle forskrift. 12-eleven har derefter "en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden".

Vækstopgaver - 4

Opgave 4 i sommersættet 2008 er en opgave i eksponentielle sammenhænge:

Opgave 4 En person har indtaget amfetamin. Mængden af amfetamin i kroppen kan beskrives ved modellen

$$y = 15 \cdot 0,84^x,$$

hvor x er tiden efter indtagelsen (målt i timer), og y er amfetaminmængden i kroppen (målt i mg).

- Hvad fortæller tallene 15 og 0,84 om amfetaminmængden i kroppen?
- Bestem amfetaminmængden i kroppen efter 2,0 timer.
Bestem halveringstiden for amfetaminmængden i kroppen.

Kilde: Henrik Rindom: Rusmidlernes biologi, Sundhedsstyrelsen, 2000.

En 2-elev svarer

Opg. 4

a)

- 15

fortæller hvor meget amfetamin en person har indtaget.

- 0,84

= fortæller hvor lang tid det er blevet taget på.

b)

$$a = x_2 - x_1 \cdot \sqrt{\frac{y_2}{y_1}}$$

$$(0, 0,84) \text{ og } (2, 0,15)$$

$$a = 2,0 - 0 \cdot \sqrt{\frac{15}{0,84}}$$

$$a = \underline{\underline{4,6}}$$

$$T_{1/2} = \frac{\log(0,5)}{\log(a)}$$

$$T_{1/2} = \frac{\log(0,5)}{\log(4,6)}$$

$$T_{1/2} = \underline{\underline{-0,45}}$$

2 eleven har ikke en forbindende/indledende tekst med og skriver ikke typen af sammenhæng og den tilhørende generelle ligning. De to centrale størrelser med startværdi forklares, men den procentvise ændring skriver/udregner eleven ikke. 2 eleven kommer på afveje og vil selv udregne a ud fra to punkter. 2 eleven skriver den korrekte formel for halveringskonstanten. 2 eleven har ikke en konklusion til udregningen.

En 7-elev svarer

opg. 4
 En person har indtaget amfetamin.
 Mængden af amfetamin i kroppen kan beskrives ved model
 $y = 15 \cdot 0,84^x$
 Hvor x er tiden efter indtagelse (målt i timer),
 og y er amfetaminmængden i kroppen (målt i mg).
 a) Hvad fortæller tallene 15 og 0,84 om amfetaminmængden i kroppen?
 tallet 15 fortæller at der som start indtages 15 mg amfetamin.

tallet 0,84 fortæller at det falder med 0,84 mg pr. time i kroppen.

b) Bestem amfetaminmængden i kroppen efter 2,0 timer

$$y = 15 \cdot 0,84^2 = \underline{\underline{10,584 \text{ mg}}}$$

Efter 2 timer er der 10,584 mg amfetamin i kroppen.

Bestem halveringstiden for amfetamin i kroppen?

Formel for halveringskonstant:

$$T_{1/2} = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(a)}$$

$$T_{1/2} = \frac{\log(0,5)}{\log(0,84)} = \underline{\underline{3,9755 \text{ timer}}}$$

Halveringstiden er 3,9755 timer, for amfetamin i kroppen.

7-eleven har en forbindende/indledende tekst direkte fra opgaven, men skriver ikke typen af sammenhæng og den tilhørende generelle sammenhæng. De to centrale størrelser med startværdi forklares, som var det en lineær sammenhæng, og den procentvise ændring skriver/udregner eleven ikke. 7-eleven bestemmer korrekt mængden efter 2 timer og halveringskonstanten sammen med den generelle formel for halveringskonstanten. 7-eleven har en konklusion til udregningerne og de relevante mellemregninger.

En 12-elev svarer

opgave 4 Eksponentiel sammenhæng

$$y = 15 \cdot 0,84^x$$

givet formel.
 y = er amfetamin mængden

15 fortæller at personen i kroppen målt i mg
 indtog 15 mg amfetamin. x = er tid efter indtagelse
 0,84 fortæller at målt i timer
 mængden amfetamin
 falder 16% i kroppen
 hver time

1) efter 2 timer: $y = 15 \cdot 0,84^2$
 $y = \underline{10,584 \text{ mg}}$

opgave 4 fortsat Eksponentiel sammenhæng

halveringskonstant: $\frac{\log(0,5)}{\log(0,84)} = \underline{3,9755}$ $\frac{\log(0,5)}{\log(a)}$
 formel.

12-eleven har en forbindende/indledende tekst direkte fra opgaven og skriver typen af sammenhæng, men ikke den tilhørende generelle forskrift for sammenhængen. De to centrale størrelser med startværdi forklares og procentvis ændring skriver/udregner eleven. 12-eleven bestemmer korrekt mængden efter 2 timer og halveringskonstanten sammen med den generelle formel for halveringskonstanten og de relevante mellemregninger. 12-eleven har ikke en konklusion til udregningerne.

Vækstopgaver - 6

Opgave 6 i sommersættet 2008 er en opgave i potenssammenhænge:

Opgave 6

Ved undersøgelse af ørreder i Gudenåen og Randers Fjord har man fundet følgende model for sammenhængen mellem en ørreds længde og dens vægt:

$$y = 0,00769 \cdot x^{3,10},$$

hvor x er længden (i cm) og y vægten (i gram).

- Bestem vægten af en ørred, der har længden 30 cm.
- Bestem længden af en ørred, der vejer 500 gram.
- Hvor mange procent vokser vægten, når en ørred bliver 15 % længere?

Kilde: Danmarks Fiskeriundersøgelser.

En 2-elev svarer

opg. 6

a) En ørreds vægt, med en længde på 30 cm.

$$y = 0,00769 \cdot 30^{3,10}$$

$$y = \underline{\underline{291,74 \text{ g}}}$$

b) En ørreds længde, med en vægt på 500 g.

$$y = 0,00500^{1/3,10}$$

$$y = \underline{\underline{74 \text{ cm}}}$$

2-eleven har en ikke forbindende/indledende tekst og skriver ikke typen af sammenhæng og den tilhørende generelle ligning. 2 eleven bestemmer med relevant mellemregning ørredens vægt, men har ikke en konklusion til udregningen.

En 7 elev svarer

opg 6.

Ved undersøgelse af ørreder i Gudenåen og Randers Fjord har man fundet følgende model for sammenhængen mellem ørreds længde og vægt:

$$y = 0,00769 \cdot x^{3,10}$$

hvor x er længden (i cm) og y er vægten (i gram).

a) Bestem vægten af en ørred, der har længden 30 cm

$$y = 0,00769 \cdot 30^{3,10} = \underline{\underline{291,74 \text{ gram}}}$$

en ørred der er 30 cm,
vejer 291,74 gr.

b) Bestem længden af en ørred der vejer 500 gram.

Den er 35,71 cm lang

$$y = 0,00769 \cdot 35,71^{3,10} = 500 \text{ gram}$$

c) Hvor mange procent vokser vægten når en ørred bliver 15% længere

7 eleven har en ikke forbindende/indledende tekst og skriver ikke typen af sammenhæng og den tilhørende generelle regneforskrift. 7-eleven bestemmer med relevant mellemregning ørredens vægt og har en konklusion til udregningen. Til spørgsmål b) har 7 eleven prøvet sig frem, og viser med en kontroludregning, at svaret passer, men 7-eleven viser ikke en metode.

En 12-elev svarer

opgave 6

Potens funktion

$$y = 0,00769 \cdot X^{3,10}$$

givet formel.

X er længde i cm

y er vægt i gram

a) længde 30 cm: $y = 0,00769 \cdot 30^{3,10}$

$$\underline{y = 291,74 \text{ gram}}$$

b) vejer 500 gram: $500 = 0,00769 \cdot X^{3,10}$

$$\frac{500}{0,00769} = X^{3,10}$$

$$\sqrt[3,10]{\frac{500}{0,00769}} = X$$

$$\underline{35,69 \text{ cm} = X}$$

c) 15% længere: $(1 + 0,15)^{3,1}$

$$(1,15^{3,1} - 1) \cdot 100 = \underline{54,2\%}$$

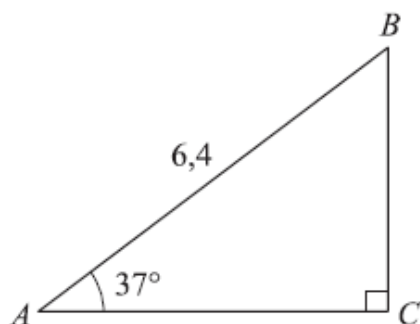
den vokser 54,2% når den bliver 15% længere

12-eleven har en forbindende/indledende tekst og angiver typen af sammenhæng, den tilhørende specifikke regneforskrift og hvad de to variable står for. 12 eleven bestemmer med relevante mellemregninger ørredens vægt i a) og ørredens længde i b). 12-eleven har ikke en konklusion til udregningerne. Til spørgsmål c) har 12-eleven angivet mellemregninger og en konklusion.

Geometriopgaver - 1

Opgave 1 i sommersættet 2008 er en geometriopgave – om en retvinklet trekant:

Opgave 1



Figuren viser en retvinklet trekant ABC . Nogle af målene fremgår af figuren.

a) Bestem længden af hver af siderne AC og BC .

En 2-elev svarer

Opg. 1

a) AC = hosliggende
 BC = modstående
 AB = hypotenusen

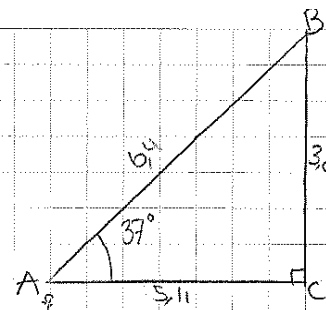
$$AC = \cos(A) = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\cos(37^\circ) = \frac{\text{hosliggende}}{6,4}$$

$$0,7986 = \frac{\text{hosliggende}}{6,4}$$

$$6,4 \cdot 0,7986 = \text{hosliggende}$$

$$5,11 = \text{hosliggende } |AC|$$



$$BC = \sin(A^\circ) = \frac{\text{modstående}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\sin(37^\circ) = \frac{\text{modstående}}{6,4}$$

$$0,6018 = \frac{\text{modstående}}{6,4}$$

$$6,4 \cdot 0,6018 = \text{modstående}$$

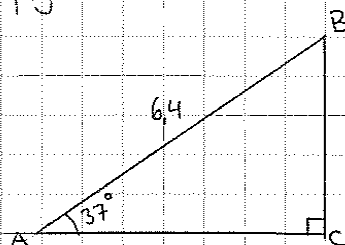
$$\underline{3,85 = \text{modstående } |BC|}$$

Eleven gengiver oplysningerne fra opgaven ved at lave en skitse med mål påført; på skitsen er også skrevet de beregnede størrelser uden at det i første omgang kan ses, hvad der er oplyst og hvad der er beregnet. Eleven benytter sætninger (der gælder for retvinklede trekanter) uden at nævne, at betingelsen for anvendelsen er opfyldt.

En 7-elev svarer

Opg. 1

Figuren viser en retvinklet trekant ABC.
nogle af måtene fremgår af figuren.



a) Bestem længden af hver af siderne
AC og BC.

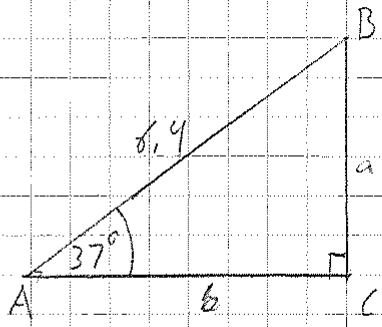
$$|BC| = c \cdot \sin(\angle A)$$
$$6,4 \cdot \sin(37^\circ) = \underline{\underline{3,85}}$$

$$|AC| = c \cdot \cos(\angle A)$$
$$6,4 \cdot \cos(37^\circ) = \underline{\underline{5,11}}$$

7-eleven anfører, at trekanten er retvinklet, men anfører ikke, at det er en betingelse for at benytte den anvendte formel. Formlerne vises kun i en form tilpasset opgaven. Hvad de markerede svar er svar på, skrives ikke (direkte.)

En 12-elev svarer

Opgave 1 Retvinklet trekant



givet en vinkel og hypotenusen.

a) $\cos(37) = \frac{b}{6,4}$ benytter formelen

$\cos(37) \cdot 6,4 = b$ $\cos = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenusen}}$

$5,11 = b$

$\sin(37) = \frac{a}{6,4}$ benytter formelen

$\sin(37) \cdot 6,4 = a$ $\sin = \frac{\text{modstående}}{\text{hypotenusen}}$

$3,85 = a$

12-eleven anfører, at trekanten er retvinklet, men anfører ikke, at det er en betingelse for at benytte den anvendte formel. Formlerne vises i en generel form, hvori indsættes de oplyste værdier. Efter en relevant mellemregning skrives en korrekt løsning.

Alle tre elever har en figur med, som indleder opgaven. 2-eleven og 12-eleven har ikke en tekstpræsentation af opgaven med. 7-eleven har tydeligt skrevet, hvad der skal bestemmes. 12-eleven har på en et generelt niveau indledt besvarelsen med at forklare, hvad der er givet.

Alle tre elever dokumenterer ved et passende antal mellemregninger og med god matematisk skik. Der er en klar forskel mellem 2-eleven og 7- og 12-eleven: hvor 2-eleven har alle tænkelige mellemregninger med og de to andre har skåret ind til benet.

Ingen af eleverne har valgt at bruge værktøjsprogrammer i selve besvarelsen.

Statistikopgaver - 5

Opgave 5 i sommersættet 2008 er en statistikopgave:

Opgave 5 Nedenstående skema viser aldersfordelingen for danskere, der ejer en motorcykel.

Alder (år)	18-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-
Frekvens	19 %	22 %	31 %	18 %	8 %	2 %

Kilde: Berlingske Tidende, 17. februar 2007.

- Bestem de kumulerede frekvenser, og tegn sumkurven for fordelingen.
- Bestem kvartilsættet for fordelingen.
Forklar, hvad nedre kvartil fortæller.

En 2-elev svarer

Opg. 5

Alder (år)	18-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-
Frekvens	19%	22%	31%	18%	8%	2%
	$19+0 = 19\%$	$19+22 = 41\%$	$41+31 = 72\%$	$72+18 = 90\%$	$90+8 = 98\%$	$98+2 = 100\%$

Opgave A og B er på bilaget.

2-eleven har ikke en forbindende tekst med. 2 eleven dokumenterer, hvordan de kumulerede frekvenser. Vi må gå ud fra, at den tredje række er værdierne for de kumulerede frekvenser.

Gruppering i intervaller er hverken præciseret med intervallklammer [henholdsvis] eller på anden måde.

En 7-elev svarer

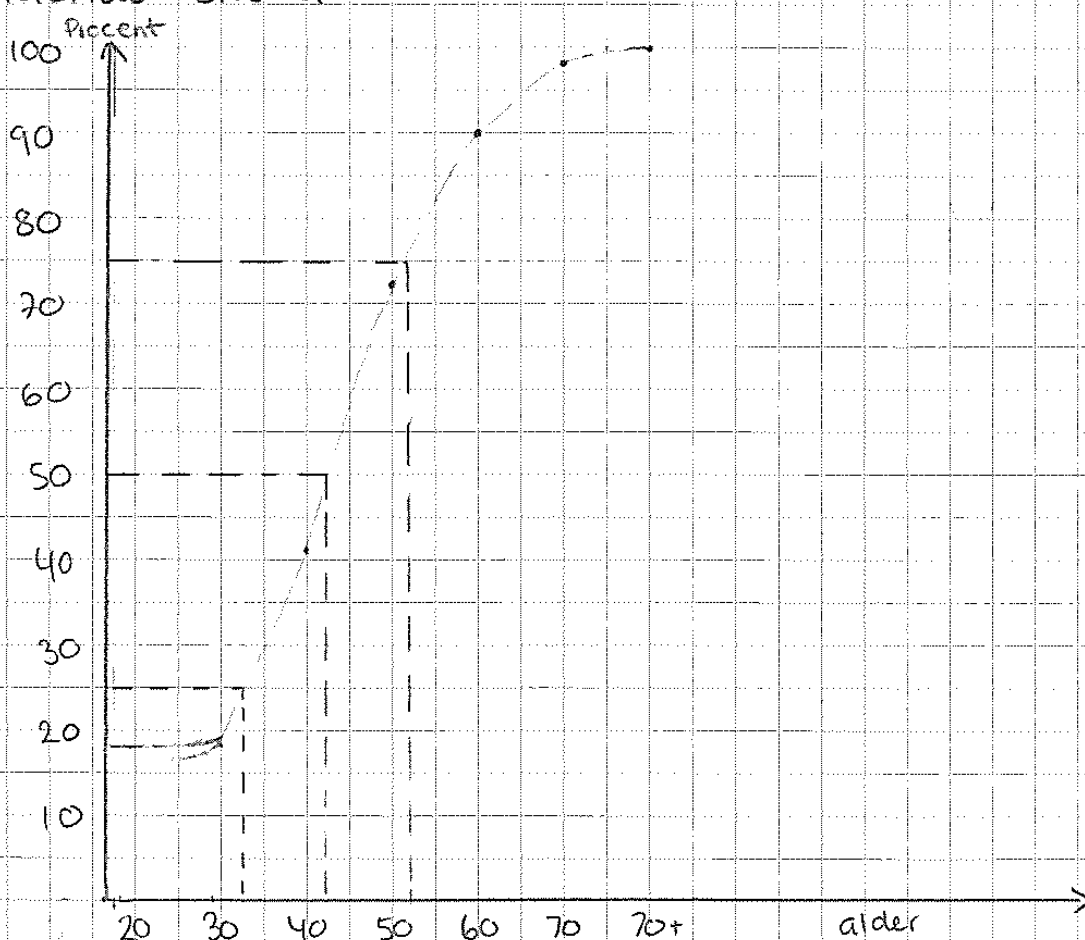
opg 5

Nedenstående skema viser aldersfordelingen for danskere, der ejer en motorcykel.

Alder (år)	18-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-
Frekvens	19%	22%	31%	18%	8%	2%
kumulerede Frekvenser	19%	41%	72%	90%	98%	100%

a) Bestem de kumulerede frekvenser, og tegn sumkurven over fordelingen.

De kumulerede frekvenser ses i ovenstående skema



b) Bestem kvartilsættet for fordelingen.

nedre kvartil = 33

median = 43

øvre kvartil = 52

Forklar hvad nedre kvartil fortæller?

– nedre kvartil fortæller at der er 25% der har motorcykel når de er fra 18-33 år.

7 eleven har ikke en forbindende tekst med. 7 eleven dokumenterer ikke, hvordan de kumulerede frekvenser er fundet. *Skal en elev det?* Gruppering i intervaller er ikke præciseret. Sumkurven er næsten korrekt, da sumkurven for det første interval forkert. *Er en markering som 70+ i orden?* Der er en god brug af figurer – alderen er afsat korrekt på den vandrette akse, de kumulerede frekvenser på den lodrette og aflæsningen af kvartilsættet er markeret. Aflæsningerne på den vandrette akse skal være med i den forstand, at de aflæste værdier skrives på aksens. Svaret til betydningen af nedre kvartil er korrekt (ved en meget velvillig fortolkning²), så 7 eleven opfylder ”en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og med brug af almindelig matematisk notation”. En pind på et højere taksonomisk niveau?

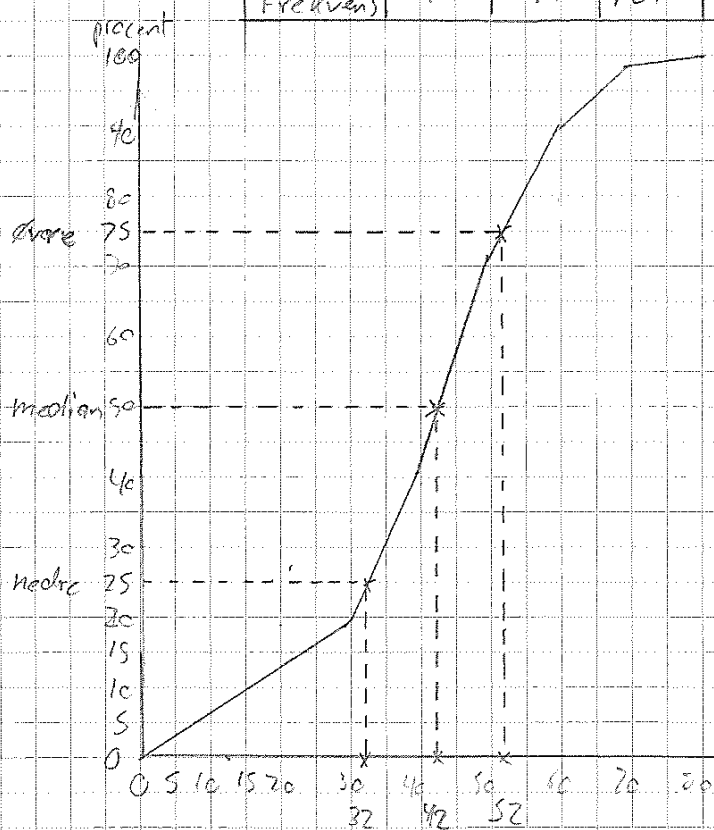
2 Eleven skriver faktisk, at 25 % af danskerne mellem 18 år og 33 år har en motorcykel, hvor eleven burde skrive: Blandt de danskere, der har en motorcykel, er 25 % mellem 18 og 33 år.

En 12 elev svarer

Opgave 5

Skema over aldersfordelingen for motorcykel-
ejere.

Alder	18-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-
Frekvens	19%	22%	31%	18%	8%	2%
kumuleret Frekvens	19%	41%	72%	90%	98%	100%



b) nedre kvartil 32 median 42 øvre kvartil 52

nedre kvartil fortæller at 25% af motorcykeljere
er under 32 år.

12 eleven har en forbindende/indledende tekst med. 12 eleven dokumenterer ikke, hvordan de kumulerede frekvenser er beregnet. Gruppering i intervaller er ikke præciseret.

Sumkurven er næsten korrekt, men sumkurven for det første interval er ihvertfald forkert. Der er tilsyneladende også en sammenhæng mellem den manglende præcision i intervallerne og den nøjagtige placering af støttepunkter for sumkurven? *En overset fejl?*

Der er en god brug af figurer – alderen er afsat korrekt på den vandrette akse, de kumulerede frekvenser på den lodrette og aflæsningen af kvartilsættet er markeret med de aflæste tal. Svaret til betydningen af nedre kvartil er korrekt, så 12 eleven opfylder ”*en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og med brug af almindelig matematisk notation*”. En pind på et højere taksonomisk niveau.

Alle tre elever opfylder ”en brug af figurer og illustrationer”, da de alle har tabel med interval, frekvens og kumulerede frekvenser med. Desuden har de alle en sumkurve med i besvarelsen.

Der er formodentlig ingen af de tre besvarelser til spørgsmål a), som giver 5 point, da de alle mangler noget i enten tabellen eller sumkurven. Formodentlig har de alle fået 3 - 4 point.

Til spørgsmål b) har 12 eleven klart fået 5 point. Hvad 7-eleven har fået er ikke nemt at sige; dels er der den manglende markering af tallene fra aflæsningen og dels er der det fejlagtige svar, som måske kan forklares med dårlige formuleringsevner, men også må koste nogle point?

En opgavebesvarelse til 12

Generelt

Den foreliggende besvarelse er en god besvarelse, men den er ikke fejlfri og lever ikke helt op til de formulerede krav om, at *"eksaminandens tankegang fremgår klart"*. Som en (for-)øvelse i akademisk argumentation finder jeg det gavnligt, at både præmisser og konklusion fremstår eksplicit og tydeligt som sådanne. Samt at eleven også – specielt i forbindelse med modeller – ikke nøjes med stikord, men udtrykker sig i hele, klare sætninger.

Denne elev forsøger at bruge en lakonisk stil, men lever efter min bedømmelse ikke op til de spartanske dyder: *"at talen på trods af ordknaphed er tilstrækkelig til at bibringe hele meningen"*. Men disse mangler må af censorerne være bedømt som: *"få uvæsentlige mangler"*.³ I de følgende bemærkninger vil jeg alligevel komme ind på, hvorledes eleven kunne have forbedret sin opgavebesvarelse – ikke blot for at sikre sig den gode karakter, men for at opnå kompetencer inden for både kommunikation og argumentation. Der er jo ingen grund til at stoppe ved *"godt nok"*, men snarere *"at gøre det gode bedre"*.⁴

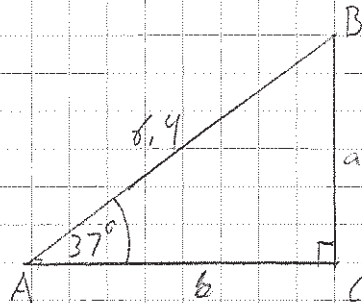
På de følgende sider står elevens besvarelse på venstresiderne og mine kommentarer på de tilsvarende højresider. For at gøre det enkelte opslag lettere læseligt, forekommer der nogle (strengt taget unødvendige) gentagelser.

3 Se <http://pub.uvm.dk/2006/nyskala/karakterfolder.pdf>

4 Per aspera ad astra

Opgave 1

Retvinklet trekant



givet en vinkel og hypotenusen.

$$a) \cos(37) = \frac{b}{6,4}$$

benytter formelen

$$\cos(37) \cdot 6,4 = b$$

$\cos = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenusen}}$

$$\underline{5,11 = b}$$

$$\sin(37) = \frac{a}{6,4}$$

benytter formelen

$$\sin(37) \cdot 6,4 = a$$

$\sin = \frac{\text{modstående}}{\text{hypotenusen}}$

$$\underline{3,85 = a}$$

Opgave 2

Kapital fremskriving

$$K_n = 8826,65$$

$$K_n = K_0 \cdot (1+r)^n$$

$$K_0 = ?$$

$$r = 2,75\%$$

$$n = 7$$

Opgave 1

- Eleven gengiver opgavens tekst gennem overskriften "Retvinklet trekant", stikordene "givet en vinkel ..." og vigtigst: gennem tegningen med de oplyste mål på vinkler og side.
 - Svarene er tydeligt markeret som svar med dobbeltunderstregning.
 - Den anvendte formel er anført i generel form (for begge svar.)
 - Eleven har været omhyggelig med at lave en tegning med vinkler som oplyst; hvis hypotenusen havde været 6,4 cm kunne eleven nemt have kontrolleret sine svar – og det havde ikke taget længere tid.
- Eleven benytter et layout med to spalter; det er ingen fejl, men rækkefølge hhv. forståelse af argumentationen bliver tydeligere i en enspaltet besvarelse. Det gælder så meget desto mere når eleven benytter halve sætninger som her: "benytter formelen ..."
 - At eleven svarer " $5,11 = b$ " i stedet for at benytte "Længden af AC eller $|AC|$ er mindre væsentligt; eleven har jo markeret den pågældende side på tegningen med b – og det må også henregnes til standardviden, at siden overfor B kaldes b .
 - Eleven glemmer i $\cos(37)$ mv. et gradtegn.
- Eleven "benytter formelen ...", men anfører ikke eksplicit, at betingelserne for at benytte den er opfyldt.
 - Bortset fra det synes jeg, at elevens besvarelse hvad angår indsættelse i formel er korrekt og tilstrækkelig.
 - Derimod ville jeg gerne have den sidste linje erstattet af:
 - $5,111 = b$
 - $b = 5,1$

Opgave 2

- Eleven gengiver opgaven med overskriften "Kapitalfremskrivning" og en opsummering af de variable, der er kendte størrelser, samt den, der skal beregnes. Desuden anføres K_n -formlen, der benyttes på næste side.
 - Betydningen af K_0 , K_n , r og n må betragtes som standardviden, der ikke kræver nærmere forklaring.

Fortsættes ...

opgave 2 fortsat

Kapital frem skrivning

$$8826,65 = k_0 \cdot (0,027511)^7$$

$$8826,65 = k_0 \cdot 1,209$$

$$\frac{8826,65}{1,209} = k_0$$

$$\underline{7300 = k_0}$$

start beløbet er 7300 kr

opgave 3

linær sammenhæng

$$y = ax + b$$

a)

$$\underline{y = -2900x + 165200}$$

hvor y er antal ledige
efter x antal måneder

opgave 4

Ekspontiel sammenhæng

$$y = 15 \cdot 0,84^x$$

givet formel.

y = er amfetamin mængden

a)

15 fortæller at personen i kroppen, målt i mg

indtog 15 mg amfetamin. x = er tid efter indtagelse

0,84 fortæller at målt i timer

mængden amfetamin

faldet 16% i kroppen

hver time

b)

efter 2 timer:

$$y = 15 \cdot 0,84^2$$

$$y = \underline{10,584 \text{ mg}}$$

Opgave 2 fortsat

- Konklusionen "startbeløbet er 7300 kr." er ikke markeret som konklusion; det er derimod løsningen af ligningen. Jeg mener, at svaret burde formuleres:

På kontoen blev der indsat kr. 7300,00

- Svaret findes ved at indsætte de oplyste størrelser i formlen og derefter løse ligningen med hensyn til K_0 , hvilket er udmærket.
 - Den dygtige elev behøver ikke at beregne potensen $(1,209)$, men dividerer med $1,0275^7$ på begge sider.
 - Mht. beregningsnøjagtighed vil jeg som hovedregel gerne have beregnet beløb med 2 decimaler (visende ører) efter afrunding.

Opgave 3

- I overskriften "Lineær sammenhæng" er der ikke bare en gengivelse af opgavens oplysninger, men en tolkning, der præciseres med den generelle formel:

$$y = ax + b$$

- Elevens dobbeltunderstregning markerer, at

$y = -2.900x + 165.200$ er modellen, i stedet for at medtage definitionerne af x og y i modellen

- Med hensyn til notation skal man altid i modeller præcisere betydningen af x og y ; det gøres også her, men ikke helt med den nødvendige præcision.
- For den gode elev kan det være svært at se behovet for at argumentere for modeltype og parametrenes størrelse. Men netop den gode elev bør vel kunne finde ordene i teksten, der fortæller om den lineære sammenhæng? samt begrunde, hvorfor $a = -2.900$ og $b = 165.200$.

Opgave 4

- Efter overskriften "Ekspontiel sammenhæng" gengives modellen kort og derefter besvares spørgsmål a om, hvad de aktuelle parameterværdier fortæller. Svaret er formuleret på almindeligt dansk, men ikke i opgaven markeret som konklusion / svar.
 - De markerede b-svar er talværdierne; der er ikke gjort forsøg på at formulere hele sætninger som konklusioner.
 - Når man løser en delopgave, kan man godt indlede med en overskrift som "Beregning af amfetaminindholdet i kroppen 2 timer efter indtagelsen". Men når man nogle linjer længere nede finder svaret, bør man normalt tydeliggøre konklusionen. Det er ikke gjort her. Og det bliver mere uklart fordi overskriften er indskrænket til nogle stikord: "efter 2 timer".

Fortsættes ...

Opgave 4 fortsat

Ekspontiel sammenhæng

halveringskonstant: $\frac{\log(0,5)}{\log(0,84)} = \underline{\underline{3,9755}}$

$\frac{\log(0,5)}{\log(a)}$

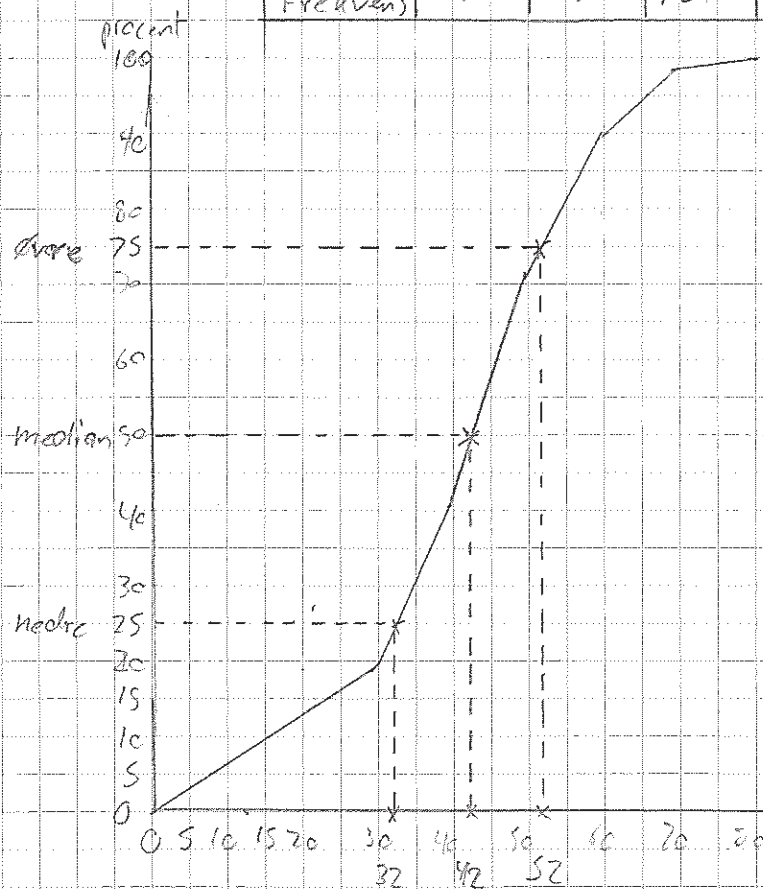
formel.

Opgave 5

Skema over aldersfordelingen for motorcyklere.

Alder	18-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-
Frekvens	19%	22%	31%	18%	8%	2%
kumuleret Frekvens	19%	41%	72%	90%	98%	100%

a)



b) nedre kvartil 32

median 42

øvre kvartil 52

nedre kvartil fortæller at 25% af motorcyklere er under 32 år.

Opgave 4 fortsat

- Efter at have beregnet y-værdien 10,584 vil jeg ikke anføre enheden mg, jeg vil afrunde den til et passende antal decimaler (fx 1 decimal) og så indsætte en konklusion som en hel sætning: "Amfetaminindholdet i kroppen er iht. modellen 10,6 mg efter 2,0 timer". Også for halveringstiden ville jeg vælge et resultat med færre decimaler. Den valgte nøjagtighed arbejder med brøkdele af sekunder.
- I forbindelse med opgave a) argumenteres der ikke. Det var nemt at henvise til generelle egenskaber for eksponentielle sammenhænge. Specielt i forbindelse med det sidste b-spørgsmål: Start med formelen for halveringskonstanten ($T_{1/2} = \log(0,5)/\log(a)$), og fortæl, hvorfor den kan benyttes her.

Opgave 5

- I besvarelsen af denne opgave har eleven valgt et minimum af forbindende tekst. Der burde medtages en fortolkning af intervallerne: hvorledes skal fx 18-29 forstås? (Og studeres sumkurven nøjere, ses det, at elevens fortolkning ikke er rigtig.) Eleven kunne også medtage en bemærkning om, hvorledes de kumulerede frekvenser beregnes og hvilke x- og y-værdier, der benyttes til støttepunkter.
- På tegningen skal akserne forsynes med pile og angivelse af, hvad der måles: Fx på 1. akse skrives: Alder på motorcyklejere (i år).
- Fejl: Det fremgår af skemaet, at alle motorcyklejere er over 18 år; så er (0,0) ikke et støttepunkt for sumkurven. Eleven har heller ikke løst problemet med intervallet 70- .

opgave 6

Potens funktion

$$y = 0,00769 \cdot X^{3,10}$$

givet formel.

X er længde i cm

y er vægt i gram

a) længde 30 cm: $y = 0,00769 \cdot 30^{3,10}$

$$\underline{y = 291,74 \text{ gram}}$$

b) vejer 500 gram: $500 = 0,00769 \cdot X^{3,10}$

$$\frac{500}{0,00769} = X^{3,10}$$

$$\sqrt[3,10]{\frac{500}{0,00769}} = X$$

$$\underline{35,69 \text{ cm} = X}$$

c) 15% længere: $(1 + 0,15)^{3,1}$

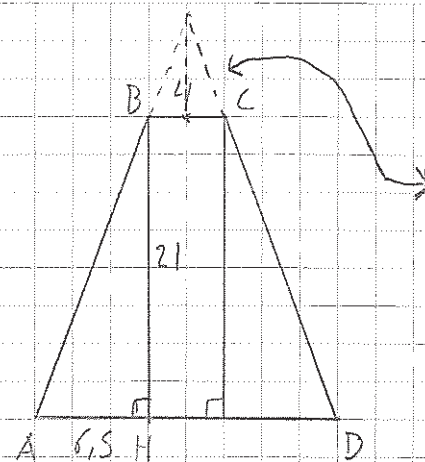
$$(1,152 - 1) \cdot 100 = \underline{54,2\%}$$

den vokser 54,2% når den bliver 15% længere

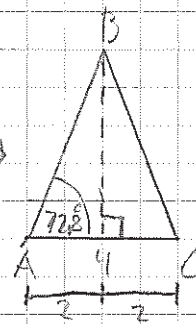
Opgave 6

- Eleven konstaterer i overskriften, at modellen benytter en potensfunktion; modellen gengives fra opgaven og svarene præsenteres som tal (med måleenheder.) Svarene burde være hele sætninger, der indeholder de fundne tal.
- Svarene er dog overdrevent nøjagtige; e. g. fiskevægt, der opgives med 1/100 grams nøjagtighed.

opgave 7



skitse af spids



a) bestem $\angle A$: $\tan(A) = \frac{(21)}{6}$
 $A = \tan^{-1}\left(\frac{21}{6}\right)$
 $A = 72,80^\circ$

b) højde på spidsen: $\tan(72,8) = \frac{\text{højde}}{2}$

$\tan(72,8) \cdot 2 = \text{højde}$

$6,46 \text{ fcd} = \text{højde}$

dvs den ville være 6,46 fcd højere

Opgave 7

- Besvarelsen af opgaven indledes af figur 2 efterfulgt af "overskriften ": Bestem $\angle A$: og senere (næste overskrift) højde på spidsen. Den sidste konklusion står som en amputeret kommentar til det egentlige svar: tallet 6,46 (fod).
- Vinkeltegn og gradtegn mangler.
- I besvarelsen er ikke gjort rede for argumentationen bag løsningen:
 - Der er ikke nævnt den generelle formel (og hvorfor den kan benyttes):
 - $\tan(v) = \text{modstående katete}/\text{hosliggende katete}$ benyttes, fordi det er oplyst, at $\triangle ABH$ er retvinklet.
 - Der er ikke gjort noget ud af at definere den manglende spids
 - Hvorfor vinklen A går igen i spidsen, diskuteres ikke

Opgave 8

linær sammenhæng

x = antal år
efter 1995

givet 2 punkter : $(0, 78)$ og $(10, 80,3)$
 $x_1 \ y_1 \quad x_2 \ y_2$

y = middellevetid

$$y = ax + b$$

a)

$$\frac{80,3 - 78}{10 - 0} = a$$

$$\underline{0,23 = a}$$

brugte formel $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

b er givet ved punktet $(0, 78)$ nemlig 78.

eller udregnes $b = 78 - 0 \cdot 0,23$ brugte formel

$$\underline{b = 78}$$

$$b = y - ax$$

b) middellevetid på 81,5 bestem antal år

$$\text{for skriften: } y = 0,23x + 78$$

$$81,5 = 0,23x + 78$$

$$81,5 - 78 = 0,23x$$

$$\frac{3,5}{0,23} = \frac{0,23x}{0,23}$$

$$\underline{15,21 = x}$$

1995 + 15 = i år 2010 vil middellevetiden komme op
på 81,5 hvis udviklingen fortsætter.

Opgave 8

- Eleven gengiver modellen og finder støttepunkter som indsættes i formler til parameterberegning. Ved løsning af ligningen $y=81,5$ findes året, hvor middellevetiden kommer op på 81,5 (ifølge modellen.) Vedrørende det sidste svar er der markeret 2 svar som konklusioner: Ligningens løsning og det tilsvarende år, men ikke den hele sætning, der besvarer opgaven. Eleven har ikke diskuteret betydningen af, at løsningen ikke er heltallig.
- Eleven bør nævne, at netop disse formler til parameterberegning kan anvendes, da det er oplyst, at sammenhængen er lineær.