

▼ Opgave 13

To funktioner f og g har forskrifterne

$$\begin{aligned} > \text{restart :} \\ > f := x \rightarrow \sqrt{3x + 9} \end{aligned} \quad f := x \rightarrow \sqrt{3x + 9} \quad (8.1)$$

$$\begin{aligned} > g := x \rightarrow x + 3 \\ &\qquad g := x \rightarrow x + 3 \end{aligned} \quad (8.2)$$

Graferne for f og g afgrænser i anden kvadrant en punktmængde M , der har et areal.

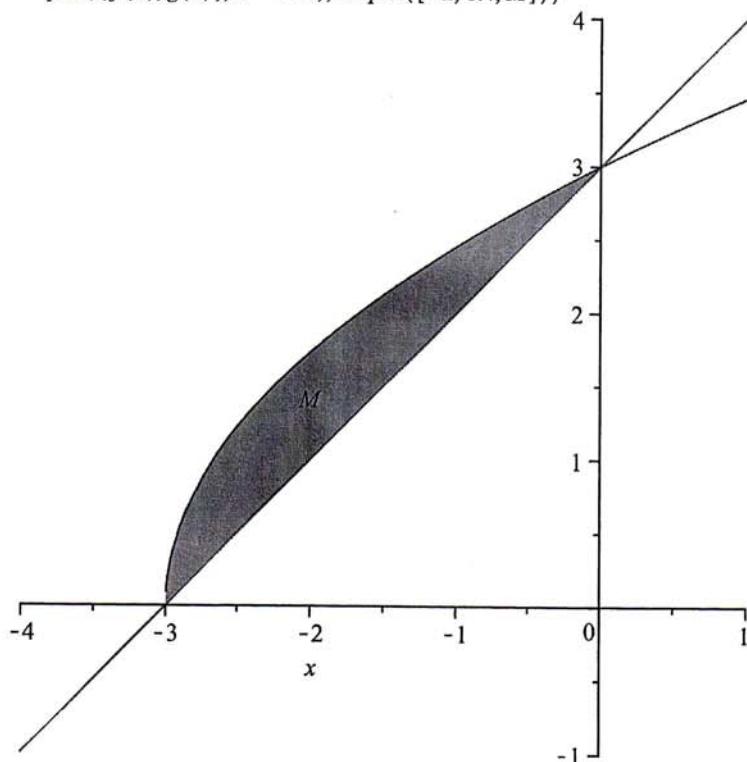
▼ a)

Bestem arealet af M .

Jeg finder først ud af, hvor de to funktioner skærer hinanden ved at sætte dem lig hinanden og bestemme x :

$$\begin{aligned} > \text{solve}(f(x) = g(x), x) \\ &\qquad -3, 0 \end{aligned} \quad (8.1.1)$$

$$\begin{aligned} > \text{with}(plots) : \text{with}(\text{plottools}) : \text{display}(\text{plot}(g(x), x = -3 .. 0, \text{filled} = \text{true}, \text{color} = \text{white}, \\ &\qquad \text{transparency} = 0), \text{plot}(f(x), x = -3 .. 0, \text{filled} = \text{true}, \text{transparency} = 0.8), \\ &\qquad \text{plot}(\{f(x), g(x)\}, x = -4 .. 1), \text{textplot}([-2, 1.4, M])) \end{aligned}$$



Altså er det i intervallet fra -3 til 0 at punktmængden ligger. Jeg skal derfor udregne det bestemte integral $\int_{-3}^0 f(x) - g(x) dx$:

$$\begin{aligned} > \int_{-3}^0 f(x) - g(x) dx \\ &\qquad \frac{3}{2} \end{aligned} \quad (8.1.2)$$

Jeg får dermed at arealet af punktmængden M er $\frac{3}{2}$.

For $k > 0$ afgrænser graferne for de to funktioner sammed med linjen med ligningen $x = k$ i første kvadrant en punktmængde N .

▼ b)

Bestem k , så arealerne af M og N er lige store.

Intervallet som her skal bruges er fra 0 til k . Jeg skal derfor finde ud af hvilken k -værdi der gør, at

$$\int_0^k g(x) - f(x) \, dx = \frac{3}{2}. \text{ Jeg løser denne ligning:}$$

$$> solve\left(\int_0^k g(x) - f(x) \, dx = (8.1.2), k\right) \\ -3, \frac{7}{3} \quad (8.2.1)$$

Siden $k > 0$ er det derfor $\frac{7}{3}$ der er den rigtige værdi.

$$> display\left(plot\left(\{f(x), g(x)\}, x = -1 .. \frac{7}{3} + 1\right), plot\left(f(x), x = 0 .. \frac{7}{3}, color = white, filled = true, transparency = 0\right), plot\left(g(x), x = 0 .. \frac{7}{3}, color = green, filled = true, transparency = 0.8\right), textplot([1.4, 4, N]), line\left([\frac{7}{3}, 0], [\frac{7}{3}, 6]\right), textplot\left([\frac{7}{3}, 6.4, x = \frac{7}{3}]\right)\right)$$

