

MATEMATISK LINJE  
3-ÅRIGT FORLØB TIL A-NIVEAU

# MATEMATIK

PRØVEN UDEN HJÆLPEMIDLER

---

yyddag den nn. august 2009 kl. 9.00-11.00

---

Der tildeles i alt ca. 50 point

## Eksamenssæt fra Færøerne

**Opgave 1**  
(ca. 4 point)

I et koordinatsystem i planen er to linjer  $l$  og  $m$  givet ved

$$l : 3x - 2y - 16 = 0$$

$$m : x + 4y + 18 = 0.$$

Beregn koordinatsættet til skæringspunktet mellem  $l$  og  $m$ .

**Opgave 2**  
(ca. 6 point)

I et koordinatsystem i planen er to vektorer givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} t \\ 1-t \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Beregn tallet  $t$ , så de to vektorer er parallelle.

Beregn tallet  $t$ , så de to vektorer er ortogonale.

**Opgave 3**  
(ca. 5 point)

To funktioner  $f$  og  $g$  er givet ved

$$f(x) = x \text{ og } g(x) = -x^2 + 2x.$$

Graferne for de to funktioner afgrænser en punktmængde, der har et areal.

Beregn dette areal.

<b>VEND!</b>
--------------

**Opgave 4**  
(ca. 5 point)

Sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel  $X$  er fastlagt ved følgende tabel:

$t$	0	2	4	6
$P(X = t)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{8}$

Beregn  $P(X \leq 4)$ , og beregn middelværdien  $E(X)$ .

**Opgave 5**  
(ca. 5 point)

Funktionen  $f$  er bestemt ved

$$f(x) = \frac{1}{x} + e^x + x, \quad x > 0.$$

Bestem den stamfunktion til  $f$ , hvis graf går gennem punktet  $P(1, e)$ .

**Opgave 6**  
(ca. 4 point)

Løs ligningen  $\log(10x + 1) - \log(x) = 2$ .

**Opgave 7**  
(ca. 3 point)

Reducér  $\frac{a^3b^2 - ab^4}{a^2(a + b)}$ .

**Opgave 8**  
(ca. 5 point)

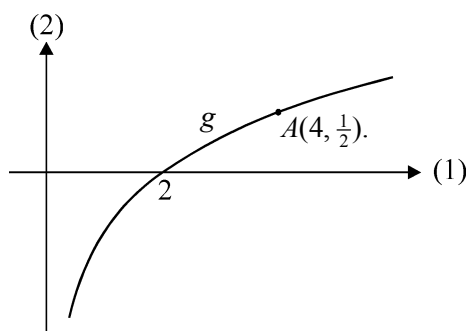
I et koordinatsystem bevæger et punkt  $P(x, y)$  sig, således at der til tidspunktet  $t$  gælder

$$\begin{aligned} x &= t^3 - 9t \\ y &= 4 - t^2 \end{aligned}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Bestem værdien af  $t$  for hvert af banekurvens skæringspunkter med andenaksen.

Bestem værdien af  $t$  for hvert af de punkter på banekurven, hvori hastighedsvektoren er parallel med andenaksen.

**Opgave 9**  
(ca. 5 point)



På figuren ses en skitse af grafen for en voksende funktion  $g$ . Det oplyses, at  $g(x) = f'(x)$ , hvor  $f(x)$  er defineret for  $x > 0$ . Endvidere ses punktet  $A(4, \frac{1}{2})$  på grafen for  $g$ .

Bestem monotoniforholdene for  $f$ .

Det oplyses, at  $f(4) = 17$ .

Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P(4, f(4))$ .

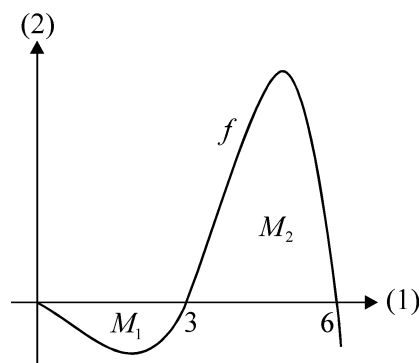
**Opgave 10**  
(ca. 3 point)

På figuren ses en skitse af grafen for en funktion  $f$ . Det oplyses, at

$$\int_0^6 f(x) dx = 7,5,$$

og at arealet af området  $M_2$  er lig 9,6.

Bestem arealet af området  $M_1$ .



**Opgave 11**  
(ca. 5 point)

En funktion  $g$  er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}.$$

Funktionen  $f$  er bestemt ved

$$f(x) = x e^x + g(x).$$

Gør rede for, at  $f$  er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = x e^x + \frac{y}{x}.$$