Svar på opgave 2003-39 November 2003

Vi skal finde de to mindste tal over 10000 der ved division med 2, 3, 4, 5 eller 6 giver en rest på 1, mens resten ved division med 7 er 0.

Det mindste tal, der giver en rest på 1 ved division med 2, 3, 4, 5 eller 6 er 1 mere end det mindste tal, som alle tallene 2, 3, 4, 5 og 6 går op i. Dette tal finder vi til 60. Derfor er 61 det mindste tal i talrækken, der giver resten 1 ved division med 2, 3, 4, 5 og 6. Det næste tal i talrækken med denne egenskab er 2·60 + 1 = 121 og alle tal med egenskaben er af formen 60k + 1, hvor k = 1, 2, 3, . . .

Nu skal vi koncentrere os om tal over 10000, så vi må vælge k så

$$60k + 1 > 10000 \quad \text{dvs.} \quad k > \tfrac{9999}{60} = 166{,}65 \ .$$

Vi søger tal der er delelige med 7 af formen 60k + 1 hvor k ≥ 167. Derfor kan vi på grafregneren definere funktionen

$$Y_1 = \tfrac{1}{7}(60x+1) \ ,$$

og i tabellen over funktionsværdier lede efter en hel værdi. Vi finder at den første hele værdi opnås for k = 173, hvilket giver det søgte tal 60·173 + 1 = 10381.

Vi kan kontrollere at dette tal faktisk giver resten 1 ved division med 2, 3, 4, 5 og 6 og resten 0 ved division med 7:

10381 = 2·5190 + 1	10381 = 4·2595 + 1	10381 = 6·1730 + 1
10381 = 3·3460 + 1	10381 = 5·2076 + 1	10381 = 7·1483 .

I tabellen ser vi desuden at de næste værdier af k, der giver hele værdier, er k = 180, 187, . . . Vi får tallene Y_1 = 1543, 1603, 1663, . . . og dette giver os de næste tal i talrækken til 10801, 11221, . . . med en indbyrdes forskel på 420. Dette skyldes selvfølgelig at når vi går fra 60k + 1 til 60(k + 7) + 1 får vi en tilvækst (forskel) på

$$60(k + 7) + 1 - (60k + 1) = 60k + 420 + 1 - 60k - 1 = 420 \ .$$

Vi ser altså at de søgte to mindste tal over 10000 med den ønskede egenskab er 10381 og 10801.