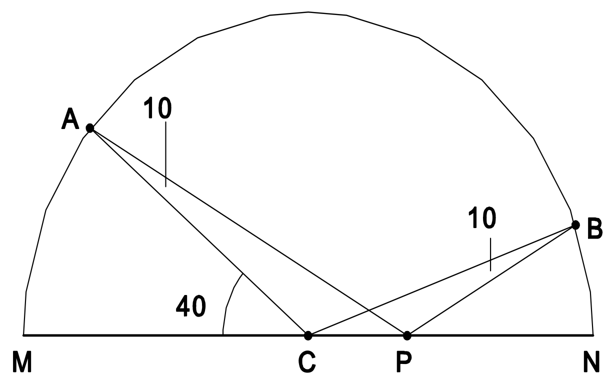
Svar på opgave 2006-65
Maj 2006

Version 2 fra 7. juni 2006

Opgaven:



På en halvcirkel med centrum i C og diameter MN ligger punkterne A og B. Punktet P ligger på MN og $\angle CAP = \angle CBP = 10°$ og desuden er $\angle MCA = 40°$.
Bestem gradtallet for buen BN.

Løsning:

1. metode.

I ΔACP og ΔBCP får vi henholdsvis

$$\frac{\sin 10°}{CP} = \frac{\sin 30°}{AC} \quad \text{og} \quad \frac{\sin 10°}{CP} = \frac{\sin \angle CPB}{BC} \ .$$

Altså er

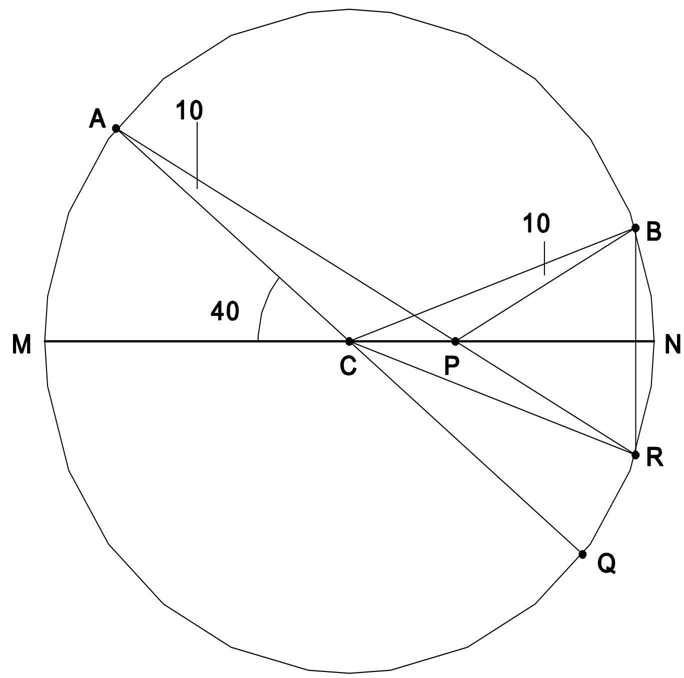
$$\frac{\sin 30°}{AC} = \frac{\sin \angle CPB}{BC} \quad \Leftrightarrow \quad \sin 30° = \sin \angle CPB \ ,$$

fordi $AC = BC$. Da $\angle CPB \neq \angle CPA$, må $\angle CPB = 150°$ og dermed fås i ΔCPB:

$$\angle BCP = 180° - 10° - 150° = 20° \ ,$$

og det betyder, at buen $\overset{\frown}{BN}$ er 20°.

2. metode.



Vi forlænger AC til skæring med cirklen i Q og AP til skæring med cirklen i R. Desuden trækker vi CR og RB.

Buen $\overset{\frown}{QR} = 20°$, fordi A er en periferivinkel på 10°. Dermed er $\angle QCR = 20°$. Da $\angle MCA = 40°$ er $\angle QCN = 40°$. Dermed er buen $\overset{\frown}{RN} = 20°$.

Vi ser, at ΔACR er ligebenet, så $\angle CRA = 10°$.

Idet ΔCBR er ligebenet, er $\angle CBR = \angle CRB$, og dermed

$$\angle PBR = \angle CBR - 10° = \angle CRB - 10° = \angle PRB .$$

Da så ΔPBR er ligebenet, er $PB = PR$. Dette medfører, at ΔCPB og ΔCPR er kongruente, så

$$\angle BCN = \angle BCP = \angle RCP = \angle RCN = 20° .$$

Dermed er $\overset{\frown}{BN} = 20°$.