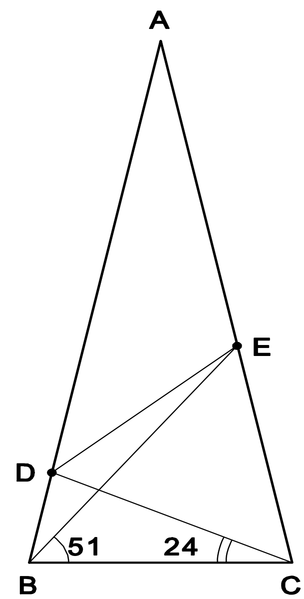
Svar på opgave 2006-69
November 2006

Opgaven:

ΔABC er ligebenet med $\angle B = \angle C = 78°$
Punkterne D og E ligger på AB og AC, så $\angle BCD = 24°$ og $\angle CBE = 51°$.

Bestem $\angle BED$.



Løsning:

Da $C = 78°$, er $\angle DCE = 78° - 24° = 54°$.
I ΔBEC er

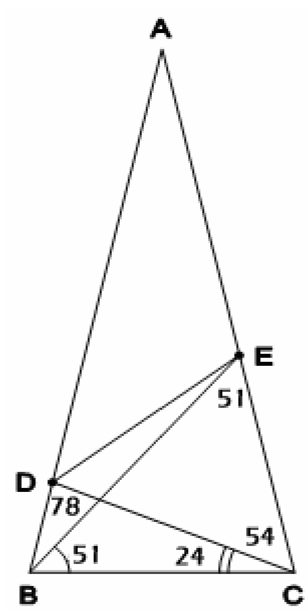
$$\angle BEC = 180° - 51° - 78° = 51°\ .$$

Dermed er ΔBEC ligebenet, så $CE = CB$.

I ΔBDC er

$$\angle BDC = 180° - 24° - 78° = 78°\ ,$$

og derfor er ΔBDC ligebenet, så $CB = CD$.



Da $CE = CB$ og $CB = CD$, er $CE = CD$, så ΔCDE er ligebenet. Da topvinklen er $\angle DCE = 54°$, er

$$\angle CDE = \angle CED = \tfrac{1}{2}(180° - 54°) = 63° \ .$$

Altså får vi til slut, at

$$\angle BED = \angle CED - \angle BEC = 63° - 51° = \underline{\underline{12°}} \ .$$

En anden mulighed er at bemærke, at vi efter at have vist, at $CB = CD = CE$ kan tegne en cirkel med centrum i C, som går gennem B, D og E.

I denne cirkel er $\angle BCD$ en centervinkel på 24°, mens $\angle BED$ er en periferivinkel, der spænder over samme cirkelbue. Derfor er $\angle BED = 12°$.