

Svar på opgave 2007-76

Juni 2007

Opgaven:

Løs ligningen

$$(x + 2003)(x + 2005)(x + 2007)(x + 2009) + 16 = 0$$

Alle mellemregninger skal medtages.

Løsning:

Vi sætter

$$y = x + 2006 ,$$

så ligningen får udseendet

$$(y - 3)(y - 1)(y + 1)(y + 3) + 16 = 0 \Leftrightarrow (y - 3)(y + 3)(y - 1)(y + 1) + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y^2 - 9)(y^2 - 1) + 16 = 0 \Leftrightarrow y^4 - 10y^2 + 25 = 0 .$$

Vi sætter $z = y^2$, så vi får

$$z^2 - 10z + 25 = 0 \Leftrightarrow z = 5 .$$

Så er

$$y^2 = 5 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{5} ,$$

og dermed endelig

$$x = y - 2006 = \pm\sqrt{5} + 2006 .$$

Løsningen er altså: $x = \underline{\underline{2006 \pm \sqrt{5}}}$