Svar på opgave 2009-92
Februar 2009

Opgaven:

Bestem alle hele tal *n*, så også tallet $\sqrt{n^2+4n-5}$ er helt.

Løsning:

Vi sætter

$$m=\sqrt{n^2+4n-5}\ ,$$

hvor *m* er et helt ikke-negativt tal, fordi kvadratrødder er ikke-negative. Vi kvadrerer og omskriver således:

$$m=\sqrt{n^2+4n-5} \ \Leftrightarrow\ m^2=n^2+4n-5 \ \Leftrightarrow\ n^2+4n+4=m^2+9$$

$$\Leftrightarrow\ (n+2)^2=m^2+9 \ \Leftrightarrow\ (n+2)^2-m^2=9 \ \Leftrightarrow\ (n+2-m)(n+2+m)=9\ .$$

Da $m \geq 0$, er $n + 2 - m < n + 2 + m$, så vi får følgende muligheder for de to faktorer:

a. $n + 2 - m = 1$ og $n + 2 + m = 9$
b. $n + 2 - m = -9$ og $n + 2 + m = -1$
c. $n + 2 - m = 3$ og $n + 2 + m = 3$
d. $n + 2 - m = -3$ og $n + 2 + m = -3$.

Disse ligningssystemer har løsningerne

a. $(n,m) = (3,4)$, b. $(n,m) = (-7,4)$, c. $(n,m) = (1,0)$, d. $(n,m) = (-5,0)$.

De søgte værdier for n er altså

n: -7 , -5 , 1 , 3