

Svar på opgave 2009-93

Marts 2009

Opgaven:

Tallene a , b , c og N er forskellige hele positive tal, så

$$N = 5a + 3b + 5c \quad \text{og} \quad N = 4a + 5b + 4c$$

Desuden ligger N mellem 131 og 150, dvs. $131 < N < 150$.

Bestem værdien af $a + b + c$.

Løsning:

Vi har, at

$$N = 5a + 3b + 5c \quad \text{og} \quad N = 4a + 5b + 4c .$$

Den første ligning ganges med 4, den anden med 5:

$$4N = 20a + 12b + 20c \quad \text{og} \quad 5N = 20a + 25b + 20c .$$

Subtraktion giver

$$N = 5N - 4N = (20a + 25b + 20c) - (20a + 12b + 20c) = 13b .$$

Da N og b er positive hele tal, må N være delelig med 13, og da $131 < N < 150$, er $N = 143$ den eneste mulighed. Altså er

$$143 = 13b \Leftrightarrow b = 11 .$$

Dette indsættes i den første ligning:

$$143 = 5a + 33 + 5c \Leftrightarrow 5a + 5c = 110 \Leftrightarrow a + c = 22 .$$

Dermed er

$$a + b + c = 22 + 11 = \underline{\underline{33}} .$$