

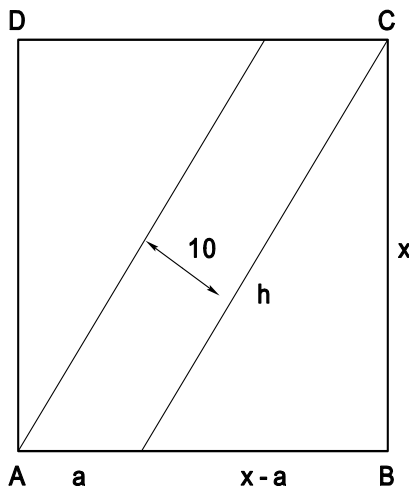
# Svar på opgave 2009-95

## Maj 2009

### Opgaven:

Et kvadrat  $ABCD$  deles af to linjer gennem vinkel-spidserne  $A$  og  $C$  i tre dele med samme areal. Afstanden mellem de parallelle linjer er 10.

Bestem kvadratets areal.



### Løsning:

Arealet  $P$  af parallelogrammet fås som højde gange grundlinje og med betegnelserne på figuren er  $P = x \cdot a$ , og da dette er  $\frac{1}{3}$  af kvadratets areal er

$$x \cdot a = \frac{1}{3}x^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}x.$$

Af den retvinklede trekant med hypotenuse  $h$  får vi

$$x^2 + (x - a)^2 = h^2 \Leftrightarrow h^2 = 2x^2 + a^2 - 2ax,$$

og heri indsættes udtrykket for  $a$ :

$$h^2 = 2x^2 + \frac{1}{9}x^2 - 2 \cdot \frac{1}{3}x \cdot x \Leftrightarrow h^2 = \frac{18}{9}x^2 + \frac{1}{9}x^2 - \frac{6}{9}x^2$$

$$\Leftrightarrow h^2 = \frac{13}{9}x^2 \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{13}}{3}x.$$

Vi kan opfatte  $h$  som grundlinje i parallelogrammet og 10 som højde, så dets areal er

$$10h = \frac{1}{3}x^2 \Leftrightarrow 10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3}x = \frac{1}{3}x^2 \Leftrightarrow x = 10\sqrt{13}.$$

Dette er kvadratets side, så dets areal er  $x^2 = (10\sqrt{13})^2 = \underline{1300}$ .