

Svar på opgave 2009-97

September 2009

Opgaven:

Bestem summen af tallene i række nr. 100 i skemaet

$$\begin{array}{cccc} 1 & & & \\ 2 & 3 & & \\ 4 & 5 & 6 & \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array}$$

Der kræves som sædvanlig en detaljeret forklaring af fremgangsmåden.

Løsning:

Vi ser på det sidste tal i hver række:

Det sidste tal i 2. række er $3 = 1 + 2$

Det sidste tal i 3. række er $6 = 1 + 2 + 3$

Det sidste tal i 4. række er $10 = 1 + 2 + 3 + 4$.

Derfor er det sidste tal i række nr. 100 tallet S hvor

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 ,$$

og dette tal vil vi finde. Vi kan skrive sådan:

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 ,$$

og her lægger vi de to sidste ligninger sammen:

$$\begin{aligned} 2S &= (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (98 + 3) + (99 + 2) + (100 + 1) \\ &= 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 = 100 \cdot 101 = 10100 . \end{aligned}$$

Da altså $2S = 10100$, er $S = 5050$.

Nu har vi fundet, at det sidste tal i række nr. 100 er 5050. Da der findes 100 tal i række nr. 100, ser række nr. 100 sådan ud:

$$4951 , 4952 , 4953 , \dots , 5048 , 5049 , 5050 .$$

Vi skal finde summen T af disse tal, dvs vi skal udregne

$$T = 4951 + 4952 + 4953 + \dots + 5048 + 5049 + 5050 .$$

Vi skriver leddene om sådan:

$$T = (5000 - 49) + (5000 - 48) + (5000 - 47) + \dots + (5000 + 48) + (5000 + 49) + (5000 + 50)$$

$$= 100 \cdot 5000 - 49 - 48 - 47 - \dots + 47 + 48 + 49 + 50 = 500000 + 50 = \mathbf{500050}$$

Dette er det søgte resultat.