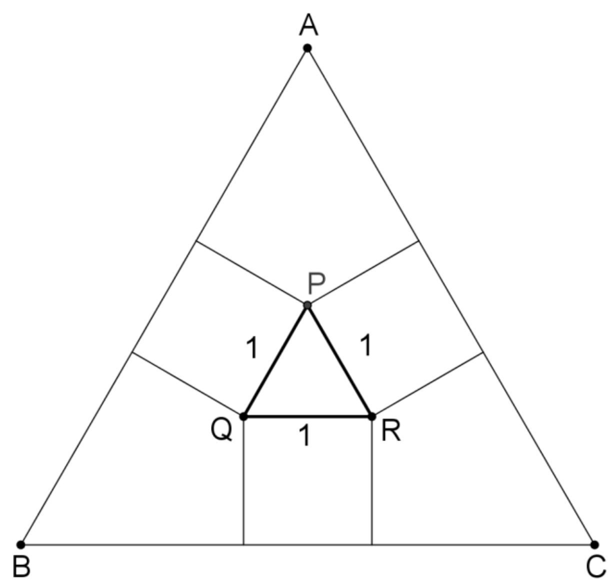
# Svar på opgave 2011-118 Oktober 2011

## *Opgaven:*

På siderne af den ligesidede $\Delta PQR$ tegnes kvadrater med sidelængde 1 som vist på figuren.
Siderne i kvadraterne forlænges, så de udspænder en ligesidet $\Delta ABC$.
Bestem længden af siderne i denne trekant.




## *Løsning:*

Lad $S$ og $T$ være projektionerne af $Q$ og $R$ på $BC$. Vi trækker linjestykket $RC$ og bemærker, at $\angle RCT = 30°$. Så gælder i $\Delta RCT$:

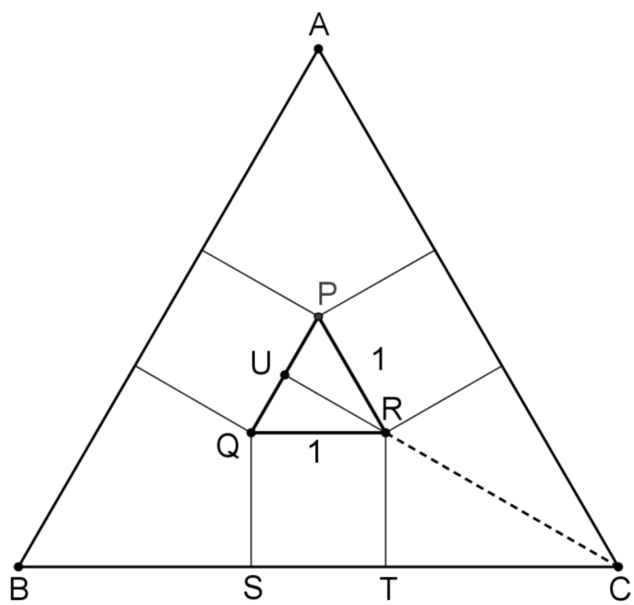
$$\sin C = \sin 30° = \frac{1}{RC} \iff \frac{1}{2} = \frac{1}{RC} \iff RC = 2 .$$

Pythagoras sætning i $\Delta RCT$ giver

$$RT^2 + TC^2 = RC^2 \iff 1 + TC^2 = 4 \iff TC = \sqrt{3}\ .$$

Så er også $BS = \sqrt{3}$ og dermed er sidelængden i $\Delta ABC$:

$$BC = BS + ST + TC = \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 1\ .$$




*Alternativ løsning.*

Forlængelsen af $CR$ skærer $PQ$ i $U$. Pythagoras sætning i $\Delta QRU$ giver, idet $QU = \frac{1}{2}$, at

$$RU^2 = QR^2 - UQ^2 = 1 - \tfrac{1}{4} = \tfrac{3}{4} \iff RU = \frac{\sqrt{3}}{2}\ .$$

Nu er $\Delta QRU$ og $\Delta RCT$ ensvinklede, så

$$\frac{UR}{TC} = \frac{UQ}{TR} \iff \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{TC} = \frac{\frac{1}{2}}{1} \iff TC = \sqrt{3}\ .$$

Derefter fortsættes som i den første løsningsmetode.