

Svar på opgave 2012-126

Juni 2012

Opgaven:

Tallet n er et 5-cifret helt, positivt tal. Vi danner to nye tal, som er 6-cifrede sådan:

Tallet p dannes ved at tilføje cifferet 1 som sidste ciffer i n .

Tallet q dannes ved at tilføje cifferet 1 som første ciffer i n .

Nu viser det sig, at p er tre gange så stort som q , dvs. at $p = 3q$. Bestem samtlige muligheder for værdien af det oprindelige tal n .

Hvis fx $n = 53702$, er $p = 537021$ og $q = 153702$. Her er $3q = 3 \cdot 153702 = 461106$, som ikke er lig med p . Altså kan tallet n ikke være 53702.

Løsning:

Da p dannes af n ved at tilføje 1 som sidste ciffer, er $p = 10n + 1$.

Hvis fx $n = 24937$ er $p = 249371$ og vi får netop at

$$10n + 1 = 249370 + 1 = 249371 .$$

Da q dannes af n ved at tilføje 1 som første ciffer, er $q = 100\,000 + n$.

Hvis vi som eksempel igen ser på $n = 24937$, er $q = 124937$ og vi får

$$100\,000 + n = 100\,000 + 24937 = 124937 .$$

Da nu $p = 3q$, er

$$10n + 1 = 3 \cdot (100\,000 + n) \Leftrightarrow 10n + 1 = 300\,000 + 3n$$

$$\Leftrightarrow 7n = 299\,999 \Leftrightarrow n = 42857 .$$

Dermed er det søgte n fundet. Vi kan kontrollere:

$$p = 428571 \quad \text{og} \quad q = 142857 ,$$

og vi ser, at

$$3q = 3 \cdot 142857 = 428571 = p .$$