

Svar på opgave 2012-130

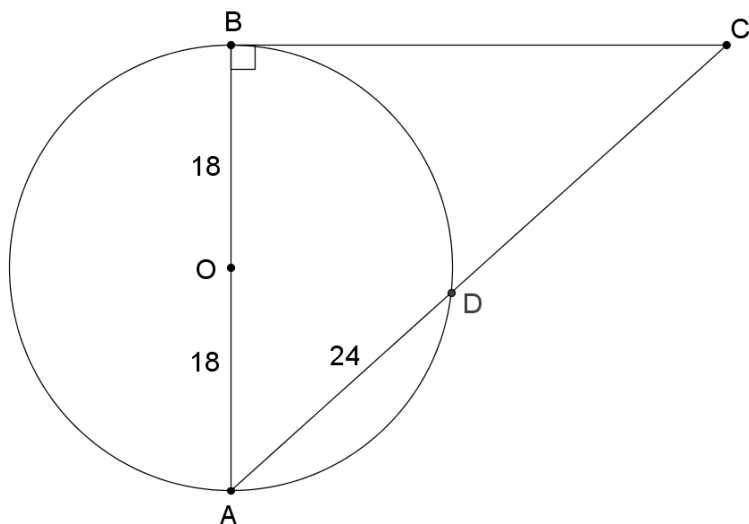
December 2012

Opgaven:

AB er diameter i en cirkel med radius 18.

C er et punkt på cirkeltangenten i B og AC skærer cirklen i D , så $AD = 24$.

Bestem længden af BC .



Løsning:

1. metode:

Vi sætter $CD = x$ og $BC = y$ og trækker linjerne BD og OD . Vi sætter $v = \angle BAC$. Da $\triangle AOD$ er ligebenet, er $\angle ODA = v$. I $\triangle OAD$ får vi, at

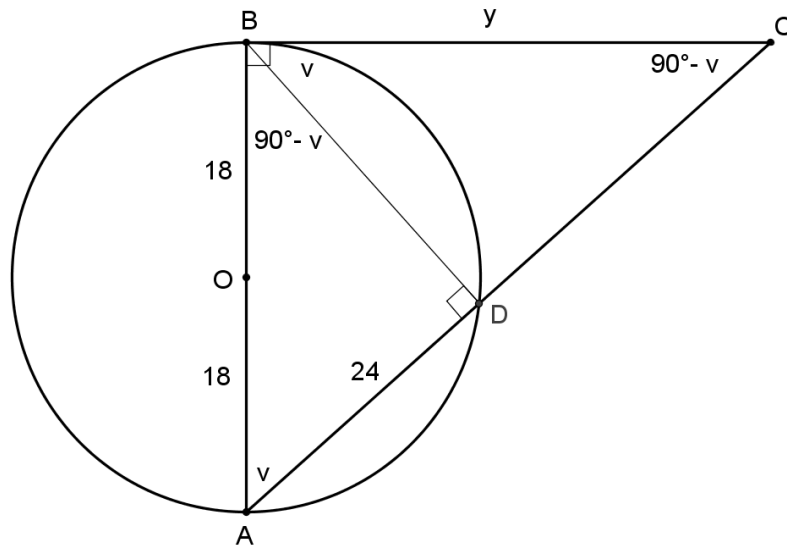
$$\angle AOD = 180^\circ - 2v,$$

hvoraf $\angle BOD = 2v$. Da også $\triangle BOD$ er ligebenet, er

$$\angle ODB = \frac{1}{2}(180^\circ - 2v) = 90^\circ - v.$$

Så er

$$\angle BDA = \angle ODB + \angle ODA = 90^\circ - v + v = 90^\circ.$$



2. metode:

I $\triangle ABD$ er D ret, fordi $\angle BDA$ spænder over en diameter i cirklen. Vi sætter $v = \angle BAD$.

I $\triangle ABD$ er så $\angle ABD = 90^\circ - v$ og i $\triangle BDC$ er så $\angle DBC = v$ og $\angle BCD = 90^\circ - v$.

Som før ser vi i den retvinklede $\triangle ABD$, at $BD = 12\sqrt{5}$.

Nu er $\triangle ABD$ og $\triangle BCD$ ensvinklede, så

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{BD} \Leftrightarrow \frac{36}{y} = \frac{24}{12\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{36}{y} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 2y = 36\sqrt{5} \Leftrightarrow y = 18\sqrt{5}.$$