

Svar på opgave 2013-136

Juni 2013

NB: Fra ultimo maj måned er *Månedens Opgave* være placeret på websitet uvmat.dk

Opgaven:

Hvad er det sidste ciffer i tallet $2013^3 + 3^{2013}$?

Der kræves en omhyggelig argumentation for resultatet.

Løsning:

Tallet 2013^2 ender på 9 fordi $3 \cdot 3 = 9$ og 2013^3 ender på 7, fordi $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

Potenserne af 3: $3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots$ ender på 3, 9, 7, 1, 3, 9, \dots dvs. endecifferet gentages med perioden 3, 9, 7, 1 dvs. med en periodelængde på 4. Tallene

$$3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots, 3^{2013}$$

indeholder 503 perioder, fordi

$$3^{2013} = (3^4)^{503} \cdot 3.$$

Altså har tallet 3^{2013} endecifferet 3.

Dermed har tallet $2013^3 + 3^{2013}$ et endeciffer, der er summen af de to tals endecifre, dvs. $7 + 3$. Det søgte endeciffer er derfor 0.

Maple 16 kan direkte udregne svaret. Tallet ender altså på 0.

Direkte udregning er dog ikke tilfredsstillende som svar på opgaven!

> $2013^3 + 3^{2013}$

```
27866713376602130822679197147504591347876064921551320632834027306540487600302\  
68539913670583094067983053398089100730425806839734438790348573431123393924\  
53598533506728456219268656309846186444141201889145351740417787967214871945\  
30816943246575966370818389271981832237956019852178063771467731739717744546\  
90265778357048302831091424814607519400511444574229008283009956853759080353\  
50549169761738355865863139409731023595040019429055758987521335650680404403\  
45291941866454324437390752525643859097347710588530736645852064277994958050\  
28417350993001518050942665714702690232033723850660603815234379956447780554\  
86711170504764227379068465248657750524383938298550790421375476540126942368\  
59045604629436879481962714924868939015324504746928077473164998935884135550\  
36000736320834976222253651031084521148441273818089601195614541123458917869\  
54399951007767312253176237171907956820258532739887414450185200428454245529\  
5591266255342508056037627671816689244083167608075378215806527190730520
```