

Svar på opgave 2013-138

Oktober 2013

NB: Fra ultimo maj 2013 er *Månedens Opgave* placeret på websitet uvmat.dk

Opgaven:

På tavlen er skrevet 10 konsekutive naturlige tal (dvs. tal, der følger lige efter hinanden i talrækken).

Når et af tallene viskes ud, er summen af de resterende tal 2013.

Hvilket tal blev visket ud og hvilke tal stod oprindeligt på tavlen?

Løsning:

De 10 tal, der skrives op, kan vi betegne sådan:

$$x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5, x+6, x+7, x+8, x+9,$$

og det tal, der viskes ud, er $x+k$, hvor k er et af tallene $0, 1, 2, \dots, 9$. Vi skal finde x og k .

Summen af de 9 tal, der står tilbage, er

$$\begin{aligned} x+x+1+x+2+x+3+x+4+x+5+x+6+x+7+x+8+x+9-(x+k) \\ = 9x+45-k \end{aligned}$$

Altså er

$$9x+45-k=2013 \Leftrightarrow 9x-k=1968$$

Da $9x$ og 1968 begge er delelige med 3, er også k delelig med 3. Vi kan derfor blot undersøge mulighederne $k=3, 6, 9$.

Hvis $k=3$, er

$$9x-3=1968 \Leftrightarrow x=219$$

Dette betyder, at tallet $x+k=219+3=222$ er visket ud, så der på tavlen derefter står tallene

$$219, 220, 221, 223, 224, 225, 226, 227, 228.$$

Summen af disse tal er faktisk 2013.

Hvis $k = 6$, er

$$9x - 6 = 1968 \Leftrightarrow x = 219,33$$

hvilket er umuligt.

Hvis $k = 9$, er

$$9x - 9 = 1968 \Leftrightarrow x = 219,67$$

hvilket også er umuligt.

Vi har altså fundet den ene løsning, der er angivet oven for.

Vi kunne alternativt skrive, at

$$9x - k = 1968 \Leftrightarrow 9x = 1968 + k$$

Da $9x$ er et tal i 9-tabellen, må $1968 + k$ også være det. Omkring 1968 ser 9-tabellen sådan ud:

$$\dots, 1962, 1971, 1980, \dots$$

Da k ligger mellem 0 og 9 inkl. er kun muligheden 1971 til stede.

Dette giver igen løsningen ovenfor.