

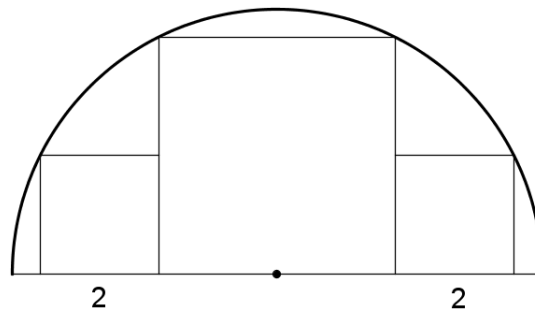
Svar på opgave 2013-139

November 2013

NB: Fra ultimo maj 2013 er *Månedens Opgave* placeret på websitet uvmat.dk

Opgaven:

To små kvadrater og et stort kvadrat ligger i en halvcirkel som vist. De to små kvadrater har en sidelængde på 2. Bestem arealet af halvcirklen.



Løsning:

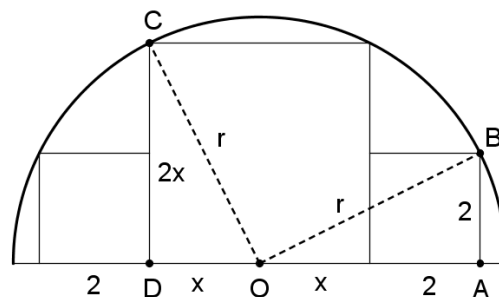
Vi betegner cirkelns centrum med O , dens radius med r og med A , B , C og D vinkelspidser i kvadraterne som vist. Det store kvadrat har sidelængden $2x$.

Så får vi i $\triangle OAB$ ved hjælp af Pythagoras, at

$$(x + 2)^2 + 2^2 = r^2 ,$$

og i $\triangle OCD$ er

$$x^2 + (2x)^2 = r^2 . \quad (1)$$



Dermed er

$$\begin{aligned}(x+2)^2 + 2^2 &= x^2 + (2x)^2 &\Leftrightarrow & x^2 + 4 + 4x + 4 = x^2 + 4x^2 \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 8 = 0 &\Leftrightarrow & x^2 - x - 2 = 0 .\end{aligned}$$

Denne andengradsligning har løsningerne $x = 2$ og $x = -1$. Da x er et positivt tal, er altså $x = 2$. Dette giver ved hjælp af ligningen (1), at

$$r^2 = 5x^2 = 5 \cdot 2^2 = 20 ,$$

og derfor er arealet af cirklen $\pi r^2 = 20 \pi$. Halvcirklens areal er derfor 10π .