

Svar på opgave 2014-145

Maj 2014

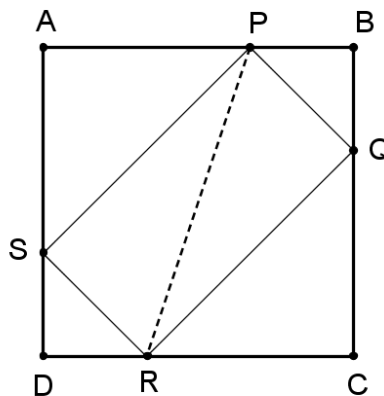
Opgaven:

$\square ABCD$ er et kvadrat.

Der skæres to par af ligebenede, retvinklede trekanter bort, nemlig $\triangle APS$ og $\triangle CQR$ samt $\triangle BPQ$ og $\triangle DRS$.

Det område, der skæres bort (dvs. de fire trekanter) har et samlet areal på 200 m^2 .

Beregn længden af linjestykket PR .



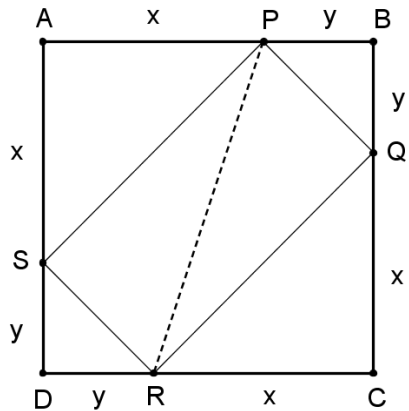
Løsning:

Vi sætter for nemheds skyld

$$x = AS = AP = CR = CQ \quad \text{og} \quad y = BP = BQ = DS = DR .$$

For arealerne gælder så

$$[APS] + [CRQ] = x^2 \quad \text{og} \quad [DSR] + [BPQ] = y^2 .$$



Det er oplyst, at

$$x^2 + y^2 = 200 .$$

Nu får vi ved Pythagoras i $\triangle BPQ$ og $\triangle CRQ$:

$$PQ^2 = y^2 + y^2 = 2y^2 \quad \text{og} \quad QR^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 .$$

Da $\angle RQC = \angle BQP = 45^\circ$, er $\angle PQR$ ret, så Pythagoras i $\triangle PQR$ giver, at

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 = 2y^2 + 2x^2 = 400 .$$

Altså er $PR = \sqrt{400} = 20$.