

Svar på opgave 2014-147

September 2014

Opgaven:

Lad a , b og c være tre givne forskellige cifre - intet af dem er 0. Ved hjælp af de tre cifre dannes samtlige mulige 3-cifrede tal med forskellige cifre. Summen af disse 3-cifrede tal er 3552. Hvad er det mindste af de seks 3-cifrede tal?

Bemærkning. Hvis cifrene er 2, 5 og 7, kan vi danne tallene 257, 275, 527, 572, 725 og 752. Summen af disse seks tal er imidlertid ikke 3552, så cifrene 2, 5 og 7 kan ikke bruges.

Løsning:

Ved hjælp af cifrene a , b og c kan vi danne seks trecifrede tal:

$$(abc), (acb), (bca), (bac), (cba), (cab).$$

Denne skrivemåde betyder, at vi får tallene

$$\begin{array}{lll} 100a + 10b + c & 100b + 10c + a & 100c + 10b + a \\ 100a + 10c + b & 100b + 10a + c & 100c + 10a + b. \end{array}$$

Summen af disse seks tal er

$$\begin{aligned} & 200a + 200b + 200c + 20a + 20b + 20c + 2a + 2b + 2c \\ & = 200(a + b + c) + 20(a + b + c) + 2(a + b + c) = 222(a + b + c). \end{aligned}$$

Det er givet, at denne sum er 3552, så vi har, at

$$222(a + b + c) = 3552 \Leftrightarrow a + b + c = 16.$$

Vi skal altså finde tre cifre med summen 16, så der af de tre cifre dannes det mindst mulige 3-cifrede tal. Vi ser, at den mulighed, der tilfredsstillere dette, er cifrene 1, 6 og 9, så det mindste 3-cifrede tal er 169.

Som kontrol kan vi udregne

$$169 + 196 + 619 + 691 + 916 + 961 = 3552.$$