Svar på opgave 2015-152 Februar 2015

Opgaven:

Find det mindste hele tal større end 3, der giver en rest på 3 ved division med hvert af tallene 4, 5, 6, 7, 8, 9 og 10.

Hvis vi fx ser på tallet 423, er

$$423 = 4 \cdot 105 + 3 \quad , \quad 423 = 5 \cdot 84 + 3 \quad ,$$

$$423 = 6 \cdot 70 + 3 \quad , \quad 423 = 7 \cdot 60 + 3 \quad ,$$

så 423 giver resten 3 ved division med 4, 5, 6 og 7, men da

$$423 = 8 \cdot 52 + 7 \quad ,$$

er resten 7 ved division med 8. Altså opfylder 423 ikke betingelserne.

Løsning:

Et tal er deleligt med tallene 4, 5, 6, 7, 8, 9 og 10, hvis det indeholder samtlige primfaktorer i disse tal. Nu har vi primfaktoropløsningerne

$4 = 2 \cdot 2$	$7 = 7$	$9 = 3 \cdot 3$
$5 = 5$	$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	$10 = 2 \cdot 5$
$6 = 2 \cdot 3$		

Det *mindste* tal, der er deleligt med disse tal må altså indeholde

3 faktorer 2 (fordi 8 gør det)
2 faktorer 3 (fordi 9 gør det)
1 faktor 5 (fordi 5 gør det)
1 faktor 7 (fordi 7 gør det).

Altså er $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$ det mindste tal, der er deleligt med tallene 4, 5, 6, 7, 8, 9 og 10. Derfor er **2523** det mindste tal, der giver resten 3 ved division med hver af disse tal.