

Svar på opgave 2015-158

Oktober 2015

Opgaven:

Tallene 51760, 51982 og 52241 giver samme rest ved division med et bestemt helt positivt tal n .

Find dette tal n .

Løsning:

Vi betegner med r den rest, som de tre tal giver ved division med n , dvs. vi kan skrive, at

$$51760 = n \cdot q_1 + r \quad , \quad 51982 = n \cdot q_2 + r \quad , \quad 52241 = n \cdot q_3 + r \quad .$$

Her er q_1 , q_2 og q_3 de kvotienter, man får ved division med n . Vi trækker parvis en ligning fra en anden og får

$$51982 - 51760 = (n \cdot q_2 + r) - (n \cdot q_1 + r)$$

$$\Leftrightarrow 222 = n \cdot (q_2 - q_1) \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot (q_2 - q_1) = 2 \cdot 3 \cdot 37$$

og

$$51241 - 51982 = (n \cdot q_3 + r) - (n \cdot q_2 + r)$$

$$\Leftrightarrow 259 = n \cdot (q_3 - q_2) \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot (q_3 - q_2) = 7 \cdot 37$$

og

$$51241 - 51760 = (n \cdot q_3 + r) - (n \cdot q_1 + r)$$

$$\Leftrightarrow 481 = n \cdot (q_3 - q_1) \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot (q_3 - q_1) = 13 \cdot 37.$$

Af disse ligninger ser vi, at den fælles divisor må være $n = 37$. Ved division med 37 får vi

$$51760 = 37 \cdot 1398 + 34 \quad , \quad 51982 = 37 \cdot 1404 + 34 \quad , \quad 52241 = 37 \cdot 1411 + 34 \quad .$$

Altså giver de tre tal alle resten 34 ved division med 37.