

# Svar på opgave 2016-169

## November 2016

### Opgaven:

Bestem samtlige hele tal  $n$ , så følgende kvadratrodsudtryk er et naturligt tal:

$$\sqrt{\frac{n+36}{n-36}}.$$

### Løsning:

Vi skriver brøken om på følgende måde:

$$\frac{n+36}{n-36} = \frac{n-36+72}{n-36} = \frac{n-36}{n-36} + \frac{72}{n-36} = 1 + \frac{72}{n-36}.$$

Da brøken  $\frac{n+36}{n-36}$  skal være et helt tal, skal også brøken  $\frac{72}{n-36}$  være et helt tal. Det betyder, at  $n-36$  må gå op i 72. Vi kan så stille en tabel op over de mulige værdier for  $n-36$  og dermed for  $n$ , for  $\frac{72}{n-36}$  og for  $1 + \frac{72}{n-36}$ :

$n-36$	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
$n$	37	38	39	40	42	44	45	48	54	60	72	108
$\frac{72}{n-36}$	72	36	24	18	12	9	8	6	4	3	2	1
$1 + \frac{72}{n-36}$	73	37	25	19	13	10	9	7	5	4	3	2

Da  $\sqrt{1 + \frac{72}{n-36}}$  skal være et helt tal, ser vi af nederste række i tabellen, at værdierne 25, 9 og 4 kan bruges, så

$$n = 39 \text{ giver } \sqrt{1 + \frac{72}{n-36}} = 5,$$

$$n = 45 \text{ giver } \sqrt{1 + \frac{72}{n-36}} = 3,$$

$$n = 60 \text{ giver } \sqrt{1 + \frac{72}{n-36}} = 2.$$

Løsningerne til problemet er altså  $n = 39$ ,  $n = 45$  og  $n = 60$ .