

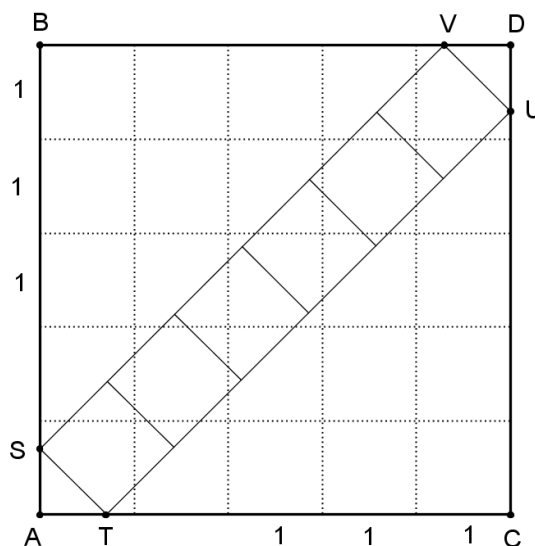
# Svar på opgave 2017-175

## Maj 2017

### Opgaven:

På figuren er  $ABCD$  en kvadratisk plade med sidelængde 5. En mekanisk konstruktion kræver, at der påmonteres en rektangulær plade  $STUV$  med sidelængder 1 og 6 helt inden for den kvadratiske plades kanter.

Foretag nødvendige beregninger, der viser om dette er muligt eller ej. Figuren er muligvis ikke korrekt.



### Løsning:

Rektanglet  $STUV$  har sider  $SV$  og  $TU$ , der er parallelle med diagonalen  $AD$  i kvadratet. Vi sætter

$$x = AT = AS = DV = DU .$$

Efter Pythagoras får vi, at

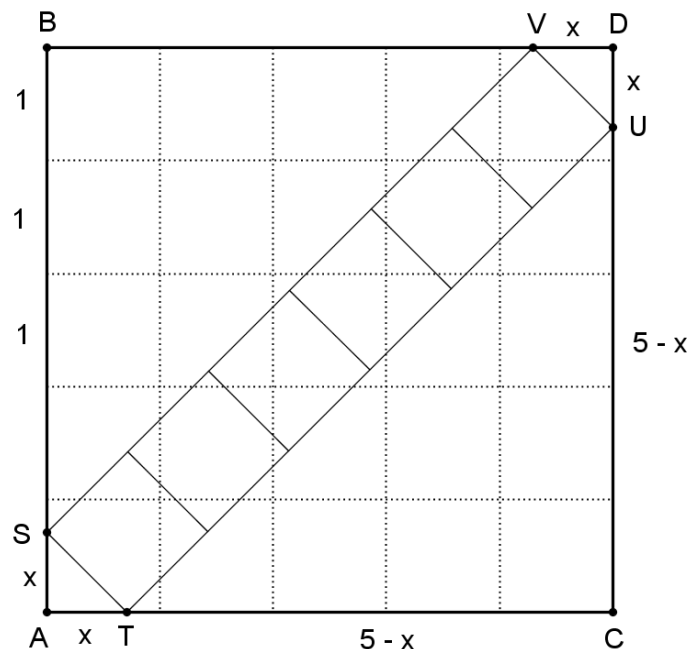
$$ST^2 = AS^2 + AT^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 ,$$

så at

$$ST = x\sqrt{2} .$$

Nu er

$$TC = AC - AT = 5 - x \quad \text{og} \quad CU = 5 - x .$$



Dermed er

$$\begin{aligned} TU^2 &= TC^2 + CU^2 = (5-x)^2 + (5-x)^2 \\ &= 25 + x^2 - 10x + 25 + x^2 - 10x = 2x^2 - 20x + 50. \end{aligned}$$

Det er forudsat, at bredden af rektanglet  $STUV$  er 1, så

$$1 = ST = x\sqrt{2} \quad \text{så} \quad x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Dette giver

$$TU^2 = 2x^2 - 20x + 50 = 2 \cdot \frac{1}{2} - 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 50 = 51 - 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 36,8578.$$

Altså er  $TU > 6$ , så rektanglet med sidelængder  $1 \times 6$  kan finde plads inden for kvadratet med sidelængde 5.

Vi kunne også formulere dette sådan:

Hvis rektanglet skal finde plads inden for kvadratet, kan vi håbe på, at

$$51 - \frac{20}{\sqrt{2}} > 6^2.$$

Denne ulighed kan omskrives sådan:

$$\begin{aligned} 51 - \frac{20}{\sqrt{2}} > 36 &\Leftrightarrow 15 > \frac{20}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 15\sqrt{2} > 20 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{2} > \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 2 > \frac{16}{9}, \end{aligned}$$

og dette er øjensynlig korrekt.