

Svar på opgave 2017-178

Oktober 2017

Opgaven:

Find alle hele tal x , så brøken

$$\frac{3x+16}{2x-6}$$

er et helt tal.

Løsning:

Hvis k er et helt tal ønsker vi at bestemme x , så

$$\frac{3x+16}{2x-6} = k .$$

Vi omskriver dette således:

$$\begin{aligned} \frac{3x+16}{2x-6} = k &\Leftrightarrow 3x+16 = k(2x-6) \Leftrightarrow 3x+16 = 2kx-6k \\ &\Leftrightarrow x(3-2k) = -6k-16 \Leftrightarrow x = \frac{-6k-16}{3-2k} = \frac{6k+16}{2k-3} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{6x-9+25}{2k-3} = \frac{3(2k-3)+25}{2k-3} = \frac{3(2k-3)}{2k-3} + \frac{25}{2k-3} = 3 + \frac{25}{2k-3} . \end{aligned}$$

Da x skal være et helt tal, må den sidste brøk være hel, så $2k-3$ går op i 25. Derfor har vi mulighederne:

$$2k-3 = \pm 25 \quad , \quad 2k-3 = \pm 5 \quad , \quad 2k-3 = \pm 1 .$$

hvilket giver

$$k: 14, -11, 4, -1, 2, 1 .$$

Disse tilfælde giver ved hjælp af formlen $x = 3 + \frac{25}{2k-3}$ tabellen:

k	-11	-1	1	2	4	14
x	2	-2	-22	28	8	4

Dermed er de søgte værdier for x fundet.