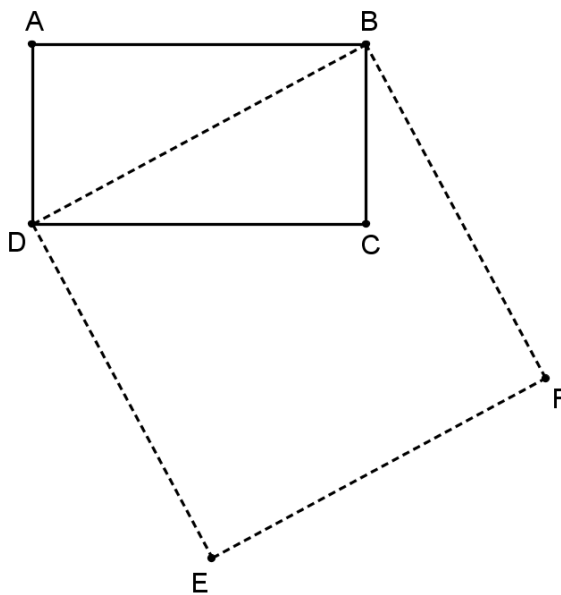


Svar på opgave 2017-179

November 2017

Opgaven:

Rektanglet $ABCD$ har arealet 100. Desuden er $\square BDEF$ et kvadrat med arealet 441. Beregn længden af rektanglets sider.



Løsning:

Vi sætter $AD = x$ og $AB = y$. Da arealet af rektanglet $ABCD$ er 100, har vi

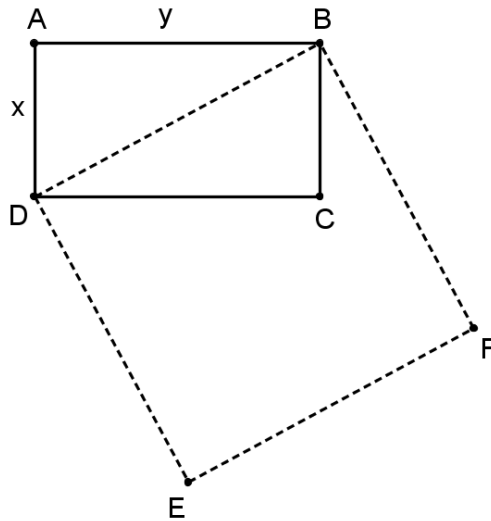
$$xy = 100 .$$

Pythagoras sætning giver, at

$$BD = \sqrt{x^2 + y^2} .$$

Dermed er arealet af kvadratet $BDEF$ lig med $x^2 + y^2$, så vi har

$$x^2 + y^2 = 441 .$$



Det gælder altså om at løse ligningssystemet

$$xy = 100 \quad , \quad x^2 + y^2 = 441 \quad .$$

Den første ligning giver $y = \frac{100}{x}$, som indsat i den anden giver

$$x^2 + \frac{10000}{x^2} = 441 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 + 10000 = 441x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 - 441x^2 + 10000 = 0 \quad .$$

Vi har forlænget med x^2 . Den sidste ligning er en andengradsligning i den ubekendte x^2 , så den sædvanlige formel for andengradsligningens løsning giver

$$x^2 = \frac{441 \pm \sqrt{441^2 - 40000}}{2} = \frac{441 \pm 393,0407}{2} = \begin{cases} 417,0204 \\ 23,9797 \end{cases} \quad .$$

Altså er

$$x = \begin{cases} 20,4211 \\ 4,8969 \end{cases} \quad ,$$

og ligningen $y = \frac{100}{x}$ giver

$$y = \begin{cases} 4,8969 \\ 20,4211 \end{cases} \quad .$$

Sidelængderne i rektanglerne $ABCD$ er derfor 20,4211 og 4,8969.