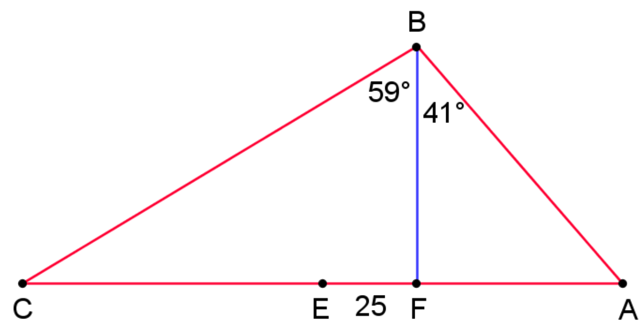
Svar på opgave 2019-194 April 2019

Opgaven:

I ΔABC er BF højden fra B. Det oplyses, at $\angle ABF = 41°$ og $\angle CBF = 59°$.
Desuden er E midtpunkt af siden AC og $EF = 25$.
Bestem længden af AE.



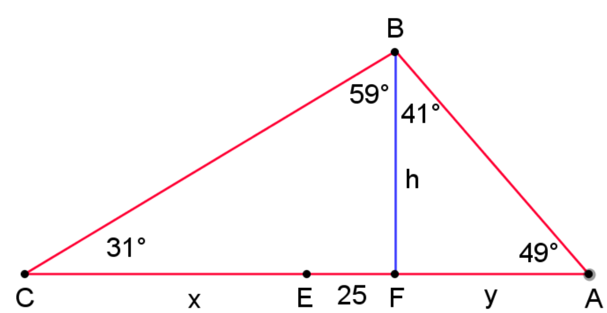
Løsning:

Vi sætter for nemheds skyld $x = CE$ og $y = AF$. Så er $CF = x + 25$. Desuden er $h = BF$.
I ΔCBF og ΔABF får vi, at $\angle BCF = 31°$ og $\angle BAF = 49°$. Så gælder i ΔCBF og ΔABF:

$$\tan 31° = \frac{BF}{CF} = \frac{h}{x+25} \quad , \quad \tan 49° = \frac{BF}{AF} = \frac{h}{y} \ .$$

Disse ligninger giver

$$h = (x + 25)\cdot \tan 31° \quad , \quad h = y \cdot \tan 49° \ .$$



Altså er

$$(x + 25)\cdot \tan 31° = y \cdot \tan 49° \ .$$

Da E er midtpunkt af AC, er $x = y + 25$, så vi får

$$(y + 50)\cdot \tan 31° = y\cdot \tan 49° \quad \Leftrightarrow \quad y\cdot \tan 31° + 50\cdot \tan 31° = y\cdot \tan 49°$$

$$\Leftrightarrow \quad y\cdot (\tan 49° - \tan 31°) = 50\cdot \tan 31° \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{50\cdot \tan 31°}{\tan 49° - \tan 31°} = 54{,}673\ .$$

Dermed er

$$AE = y + 25 = 79{,}673\ .$$