

Svar på opgave 2019-195

Maj 2019

Opgaven:

Summen af 2019 konsekutive hele tal (dvs. hele tal, der følger lige efter hinanden), er 2019.

Hvilke tal er der tale om?

Løsning:

De 2019 konsekutive hele tal kan vi betegne således:

$$n, n+1, n+2, \dots, n+2018.$$

Summen s af disse tal er

$$\begin{aligned} s &= n + n+1 + n+2 + \dots + n+2018 \\ &= 2019n + 1 + 2 + 3 + \dots + 2018. \end{aligned}$$

Vi sætter

$$t = 1 + 2 + \dots + 2017 + 2018 \quad (1)$$

så

$$t = 2018 + 2017 + \dots + 2 + 1 \quad (2)$$

Addition af (1) og (2) giver

$$2t = (1 + 2018) + (2 + 2017) + \dots + (2017 + 2) + (2018 + 1).$$

Her har vi 2018 parenteser med samme sum, så

$$2t = 2018 \cdot 2019 \quad \text{så} \quad t = 1009 \cdot 2019.$$

Altså er

$$s = 2019n + 1009 \cdot 2019.$$

Denne sum skal være lig med 2019, så

$$2019n + 1009 \cdot 2019 = 2019 \quad \Leftrightarrow \quad n + 1009 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad n = -1008.$$

De 2019 konsekutive hele tal er derfor

$$-1008, -1007, \dots, 1007, 1008, 1009, 1010.$$

Vi ser, at summen af disse tal er $1009 + 1010$, altså netop 2019.

Alternativ løsning.

Vi kan også lidt snedigt vælge at betegne de 2019 konsekutive tal således:

$$n - 1009, n - 1008, \dots, n - 1, n, n + 1, \dots, n + 1008, n + 1009.$$

Så er summen

$$s = n - 1009 + n - 1008 + \cdots + n - 1 + n + n + 1 + \cdots + n + 1008 + n + 1009 = 2019n.$$

Denne sum skal være 2019, så

$$2019n = 2019 \Leftrightarrow n = 1.$$

Altså er de 2019 konsekutive tal:

$$-1008, -1007, \dots, -1, 0, 1, \dots, 1008, 1009, 1010,$$

hvis sum er $1009 + 1010 = 2019$ som ønsket.