

Svar på opgave 2019-197

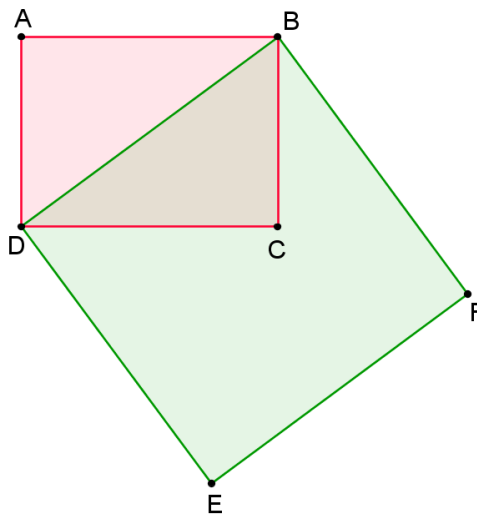
September 2019

Opgaven:

Et rektangel $ABCD$ har arealet 200.

Med diagonalen BD som grundlinje tegnes et kvadrat $BDEF$ med areal 600.

Bestem længde og bredde i rektanglet.

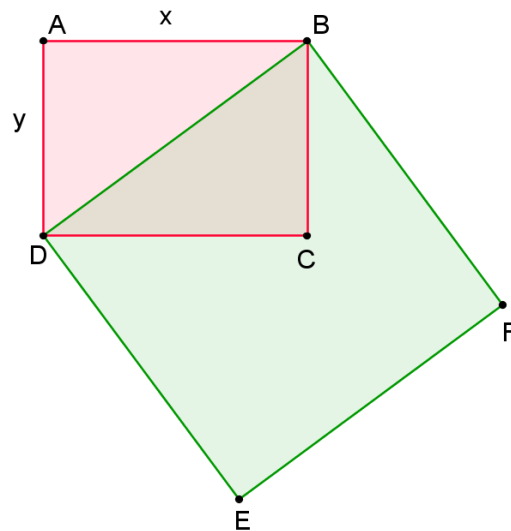


Løsning:

Vi sætter $AB = x$ og $AD = y$, så arealet af rektanglet er xy . Pythagoras sætning giver, at længden af diagonalen BD er

$$BD = \sqrt{x^2 + y^2},$$

og derfor er arealet af kvadratet $BDEF$ $x^2 + y^2$.



Vi har dermed

$$xy = 200 \quad \text{og} \quad x^2 + y^2 = 600 .$$

I den første ligning isoleres y :

$$y = \frac{200}{x} ,$$

hvilket indsættes i den anden:

$$x^2 + \frac{40000}{x^2} = 600 .$$

Vi ganger med x^2 på begge sider af lighedstegnet og får

$$x^4 + 40000 = 600x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^4 - 600x^2 + 40000 = 0 .$$

Dette er en andengradsligning i x^2 , som giver

$$x^2 = \frac{600 \pm \sqrt{360000 - 160000}}{2} = \frac{600 \pm \sqrt{200000}}{2} = \frac{600 \pm 100\sqrt{20}}{2} = 300 \pm 50\sqrt{20} .$$

Dette giver

$$x = \begin{cases} 22,883 \\ 8,740 \end{cases} .$$

Dermed er

$$y = \frac{200}{x} = \begin{cases} 8,740 \\ 22,883 \end{cases} .$$

Længde og bredde af rektangleret er altså 22,883 og 8,740.