MATEMATIK
B-NIVEAU

MATHIT Prøvesæt 2010

Kl. 09.00 – 13.00

STXB-MATHIT

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler: 1 time med autoriseret formelsamling
Delprøve 2 med hjælpemidler: 3 timer med alle hjælpemidler

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-5 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6-12 med i alt 14 spørgsmål.

De 20 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven 1

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1

En linie l har hældningskoefficienten $\alpha = \frac{1}{2}$ og går gennem punktet $P(-3,2)$.

a) Bestem ligningen for l.

Opgave 2

Tre elever har løst ligningen $3x^2 - 6x - 9 = 0$, og de har fået tre forskellige svar:

Elev A: $x = 3$

Elev B: $x = -1$ eller $x = 3$

Elev C: Ligningen har ingen løsning.

a) Gør rede for, hvilke to af de tre svar, der er forkerte.

Opgave 3

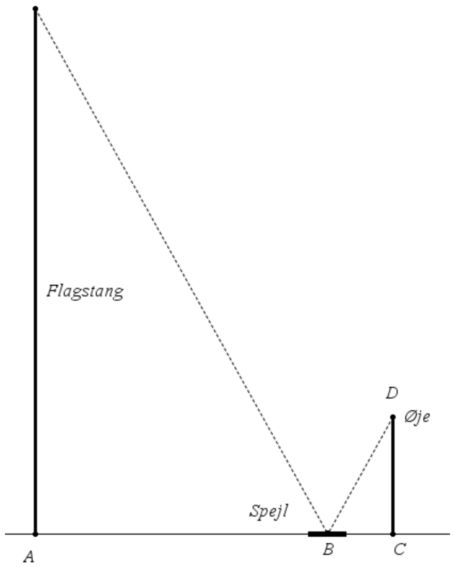
En forsker har over en periode på 20 døgn iagttaget en bestemt population af biller, og fundet frem til at udviklingen i antallet af biller i populationen med god tilnærmelse kan beskrives ved modellen

$$f(t) = 1526 \cdot 1{,}034^t ,$$

hvor $f(t)$ angiver antallet af biller til tiden t (målt i døgn).

a) Gør rede for, hvad modellen fortæller om udviklingen i antallet af biller i populationen i perioden.

Opgave 4



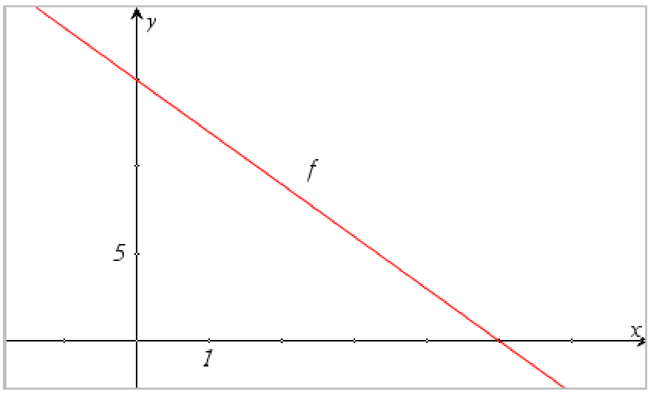
To elever skal måle højden af skolens flagstang ved hjælp af et målebånd og et spejl (se figuren).

Elev A har følgende målinger: $|AB| = 20$ m, $|BC| = 2$ m, $|CD| = 1{,}8$ m.

Elev B har følgende målinger: $|AB| = 6$ m, $|BC| = 1$ m, $|CD| = 1{,}6$ m.

a) Beregn flagstangens højde ud fra hver af de to elevers opmålinger, og undersøg, hvem af de to elever, der måler mest nøjagtigt, når flagstangen faktisk er 15 m høj.

Opgave 5 På figuren ses grafen for en lineær funktion $f(x) = -3x + 15$.



a) Bestem grafens skæringspunkt med x-aksen.

Om en funktion g gælder, at $g'(x) = f(x)$.

b) Bestem monotoniforholdene for g.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøve 2

Kl. 09.00 - 14.00

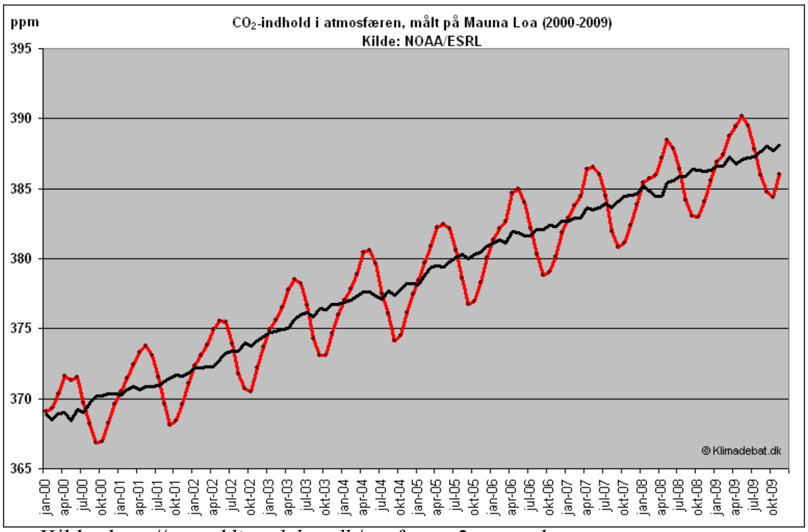
Opgave 6 I trekant *ABC* er $a = 10$, $b = 13$ og $c = 18$.

a) Konstruer en trekant *ABC*, og bestem længden af medianen fra *A*.

De tre medianer i trekant *ABC* skærer hinanden i et punkt *M*. Midtpunktet på *AC* kaldes *D*.

b) Bestem $\angle DAM$, og bestem arealet af trekant *ADM*.

Opgave 7 På hjemmesiden klimadebat.dk kan man blandt andet se udviklingen i CO_2 -indholdet i atmosfæren fra målinger hentet fra målestationen Mauna Loa, Hawaii. På nedenstående figur ses målinger for perioden januar 2000 til oktober 2009. CO_2 -indholdet måles i ppm (parts per million), dvs. antallet af CO_2 -molekyler for hver million luftmolekyler. Den sorte linje viser de sæsonkorrigerede tal, hvor der er taget højde for årets naturlige svingninger.



Kilde: *http://www.klimadebat.dk/grafer_co2_ppm.php*

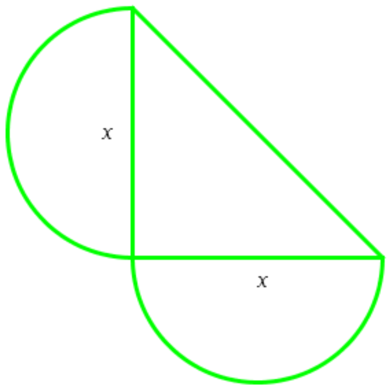
I nedenstående tabel ses resultatet af målingerne hvert år i januar i perioden 2003-2009.

År	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
CO_2 -udledning	375	377	378	381	382.5	384.8	386.5

a) Indfør passende variable, og opstil en lineær model, der med god tilnærmelse beskriver CO_2 -indholdet i atmosfæren som funktion af tiden målt i år efter 2003.

b) Benyt den opstillede model til at bestemme ændringen i CO_2 -indholdet i atmosfæren (målt i ppm) pr. år i perioden 2003-2009, og benyt modellen til at give et skøn over CO_2 -indholdet i atmosfæren i 2020.

Opgave 8



En terrasse skal anlægges i beton, således at grundarealet har form, som vist på figuren.

a) Udtryk terrassens grundfladeareal ved x, og bestem x, således at grundfladearealet bliver 40 m^2.

Opgave 9 En funktion f er givet ved

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 19x - 20.$$

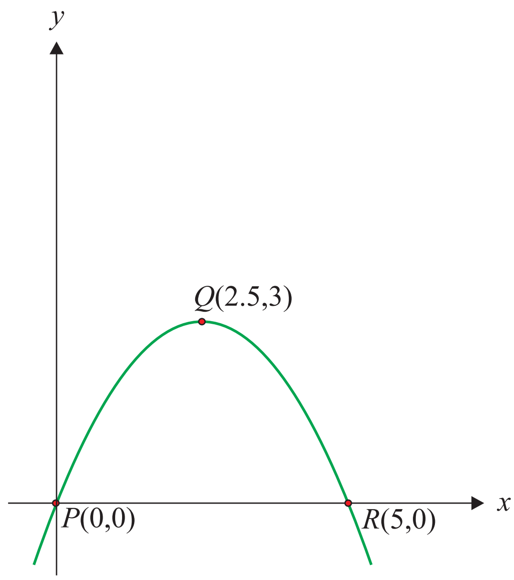
a) Tegn grafen for f, og bestem de x-værdier, hvor $f(x)$ er positiv.

b) Bestem $f'(x)$, og bestem funktionens lokale ekstrema.

Funktionen f afgrænser sammen med x-aksen i 1. kvadrant en punktmængde M.

c) Bestem arealet af punktmængden M.

Opgave 10



På billedet ses en springvandsserie, hvor det forreste af disse springvand er tegnet ind i et koordinatsystem. En dråbe fra dette springvand følger en parabel, der går igennem punkterne $P(0,0)$, $Q(2.5,3)$ og $R(5,0)$.

a) Bestem en forskrift for det andengradspolynomium, der har denne parabel som graf.

Opgave 11 Pressede bakelitforme kan kasseres på grund af porøsitet eller på grund af dimensionsfejl. Ved sortering af 6805 pressede bakelitformstykker kasseredes 473 stykker på grund af dimensionsfejl. En nærmere undersøgelse af disse 473 stykker viste, at de 142 var porøse. Ved gennemgang af de resterende stykker kasseredes yderligere 1233 stykker på grund af porøsitet jf. tabellen nedenfor.

	Porøse	Ikke-porøse	I alt
Med dimensionsfejl	142	331	473
Uden dimensionsfejl	1233	5099	6332
I alt	1375	5430	6805

Hvis vi antager, at porøsiteten er uafhængig af dimensionsfejlen, så får vi følgende tabel over de forventede værdier.

	Porøse	Ikke-porøse	I alt
Med dimensionsfejl	95.57	377.43	473
Uden dimensionsfejl	1279.43	5052.57	6332
I alt	1375	5430	6805

a) Gør rede for, hvordan de forventede værdier er beregnet.

b) Undersøge med en χ^2-test, om der på signifikansniveauet 5% er belæg for at antage, at porøsiteten er uafhængig af dimensionsfejlen. Undersøgelsen skal inddrage χ^2-værdien og p-værdien.

Opgave 12 To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = x^2 + 2x - 14 \quad \text{og} \quad g(x) = 4x + b\,.$$

a) Tegn graferne for f og g, når $b = 10$, og bestem skæringspunkterne mellem disse to grafer.

b) Bestem den værdi af b, der gør at grafen for g bliver tangent til grafen for f.