# Den rette linje som rød tråd

Af Jørgen Ebbesen

*- En videnskabsteoretisk vinkel på den rette linje*

1. m skulle som noget af det første – af hensyn til nv, hvor de udfører småforsøg, hvor resultatbehandlingen tit består i at tegne en (regressions)linje – se på lineære sammenhænge.

Efter det sædvanlige kaos med nye navne, udlevering af bøger og spørgsmål om lommeregnere holdt vi 5 minutters pause. Læreren kastede herefter spørgsmålet ud til forsamlingen:

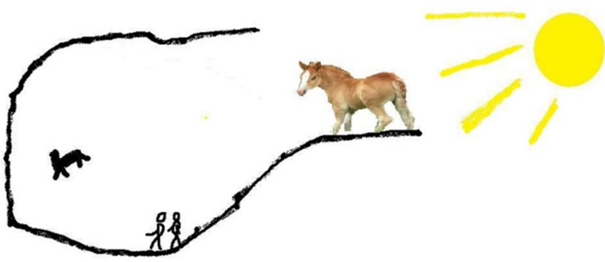
*Hvad er en ret linje?*

Det gik som forventet hjemmefra: der kom en streg på tavlen, som blev kasseret som ret linje, fordi den ikke er helt lige og fordi den ikke fortsatte uendeligt langt. På den anden side er der overhovedet noget i virkeligheden, der er uendeligt langt? Men hvis den rette linje ikke er ude i virkeligheden, hvor er den så? Inde i vores hoveder? Hvordan kan vi være sikre på, at der er det samme inde i vores hoveder? (det kan vi heller ikke). Vi kan snakke om tingene og se, om vi forstår hinanden. Men så let det er at misforstå, hvad hinanden siger i almindelighed, er det svært at forstå, hvorfor vi tilsyneladende forstår det samme eller i hvert fald kan tale om rette linjer.

Det var deres første matematiktime i gymnasiet, og spørgsmålet om den rette linje var en naturlig indledning til repetition af det, de har lært i grundskolen. Men læg mærke til, at de spørgsmål, der rejste sig den forbindelse alle har et videnskabsteoretisk potentiale

Forestillingen om den rette linje som en idealisering af virkelighedens tegnede linjer kunne føre os direkte ind i Platons ideverden. Den fysiske verden er ifølge Platon en discountudgave af ideernes verden. Den konkrete levende hest, som man kan se, lugte, høre og røre ved, vil, uanset hvor glad man er for dyret have nogle småfejl, så den ikke er den perfekte hest. Om ikke andet vil den ældes for til sidst at dø. I modsætning hertil findes idealhesten i ideernes verden. Den er fejlfri og uforanderlig.

Platons hulelignelse (googles let) kan inddrages, hvis man har lyst til at forfølge dette spor.



For Platon var der en enkel måde at komme i kontakt med ideernes verden på. Platon troede på reinkarnation, så sjælen havde været i ideverdenen i en tidligere tilværelse og skulle bare have hjulpet hukommelsen lidt på gled.

I Platons dialog ***Menon*** (dansk oversættelse tilgængelig på nettet) hjælper Sokrates Menons slave med at få genopfrisket hukommelsen, så man kan se, hvordan metoden fungerer i praksis. Man kunne bede eleverne om at læse teksten og formulere den matematiske argumentation i den på moderne dansk. De kunne også se på Sokrates' lærerrolle (han lægger ordene i munden på slaven).

Men fra et nutidigt synspunkt er sjælevandring ikke nogen acceptabel videnskabsteoretisk forklaring. Vi står med nærmest uoverstigeligt vanskelige problemer som matematikere: der findes ingen rette linjer i den fysiske verden. Men hvor er de rette linjer så henne? Og hvordan kan vi vide noget om dem? Det kræver, at vi på en eller anden måde kan komme i kontakt med dem. Det gør man som regel ved hjælp af sine sanser, men rette linjer kan ikke mærkes, ses, høres eller smages.

En pudsig detalje var, at den elev, der skulle tegne en linje startede med at tegne et koordinatsystem, selv om han faktisk kun var blevet bedt om at tegne en linje. Koordinatsystemet er en relativ ny opfindelse, som normalt tilskrives René Descartes (1596-1650). I sin ***La Géométrie*** fra 1637 beskrev han blandt andet linjer og cirkler vha. ligninger og forenede dermed de to matematiske discipliner geometri og aritmetik efter cirka 2000 års adskillelse. Pierre de *Fermat* (1601-1665) havde faktisk beskrevet det, vi i dag kalder analytisk geometri, året før, men hans markedsføring var dårligere end Descartes', så Descartes er løbet med æren. Også for koordinatsystemet, selv om han ikke tegnede noget i sin geometri, som ellers indeholder mange figurer.

Så identifikationen af linjen med dens ligning er langt fra en selvfølge. Ikke desto mindre kom den på banen meget tidligt i diskussionen i 1.m. Man kunne bede eleverne om at skrive et projekt om emnet. Det overlades til læseren at formulere projektopgaven, men spørgsmålene: ”Hvor kommer linjens ligning fra? Og hvorfor blev den indført så sent, når matematikere har arbejdet systematisk med geometri siden Euklid?” ligger lige til højrebenet.

Og den rette linjes videnskabsteoretiske potentiale er langt fra udtømt med ovenstående forslag. Pointen er, at vi som matematiklærere ikke behøver at vride vore hjerner for at finde på særlige forløb med hovedvægten på videnskabsteorien. Konsekvensen af den strategi risikerer meget let at blive, at videnskabsteorien bliver noget, vi tager frem ved festlige lejligheder, og ellers gør vi som plejer. Hvorfor ikke plukke de lavthængende frugter i stedet? Med den sidegevinst at det videnskabsteoretiske perspektiv på matematikken bliver integreret i faget snarere end isoleret?

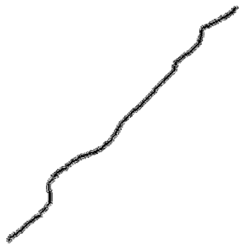
I 1.m var der tale om en klasserumsdiskussion. Som en service til de læsere, der foretrækker andre undervisningsformer, er indholdet af diskussionen formuleret som en opgave nedenfor.

Spørgsmålene e) - i) er formuleret med henblik på at diskutere Euklid. Endnu et eksempel på en lavthængende videnskabsteoretisk frugt, som vi møder i den daglige undervisning.

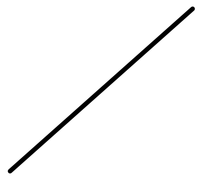
**Opgave**

Svar for hvert af delspørgsmålene nedenfor på spørgsmålene: er dette en ret linje? Hvad er der galt, hvis det ikke er det?

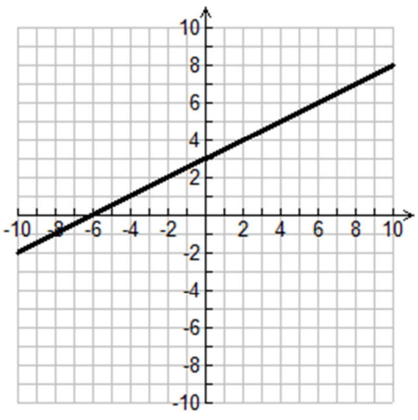
a)



b)



c)




d) $y = x - 2$

Vælg selv to punkter A og B i planen. Og svar på, om der beskrives rette linjer nedenfor. Illustrér din besvarelse med en figur!

e) Linjestykket AB

f) Linjen gennem A og B

g) Midtnormalen til linjestykket AB

h) Alle de punkter, der har samme afstand til punkterne A og B

Vælg et punkt C og en linje $l$ i planen. Og svar på, om beskrivelsen nedenfor giver mening.

i) Linjen gennem punktet C parallel med linjen $l$.

Kan man tegne en ret linje? Begrund svaret!

Læg mærke til, at spørgsmål i) lægger op til en diskussion af parallelaksiomet Skulle man have lyst til at fortsætte ad det spor, peger det frem mod den ikke-euklidiske geometri.

Med fremkomsten af alternative geometrier ændrer aksiomsystemet karakter fra at være deskriptivt (det beskriver den "naturlige" geometri) til at være.. Øh, til at være hvad? Vi havner lige lukt i grundlagskrisen og dens forskellige bud på, hvad matematik er. Fx formalismens synspunkt formuleret af Hilbert, at punkter, linjer og planer lige så godt kunne være stole, borde og ølkrus! Og logicismens synspunkt, at matematiske teoremer er logiske tautologier. Begge positioner har den fordel, at de unddrager sig det prekære spørgsmål, hvad matematik handler om. Formalismens svar er: "ingenting" og logicismens svar er: "matematik er logik". Eleverne kan finde en masse materiale på om de forskellige grundlagsskoler på nettet. Oven i købet på dansk. Og fra rimeligt troværdige og udførlige kilder.

Eleverne kunne også se på den for tiden forkætrede matematiske platonisme (matematikkens objekter er abstraktioner, de eksisterer i en eller anden forstand, og matematiske sætninger handler om disse objekters egenskaber). Det er godt nok en position, som har filosofiske forklaringsproblemer, men som til gengæld giver en god beskrivelse af, hvordan matematik opleves.

Vi er nu i den mere højpandede ende af videnskabsteorien, som man nok kun skal begive sig ud i med særligt interesserede elever. Den slags elever, som har lyst til erkendelsesmæssige udfordringer, har vi jo trods alt også. Hvis man vil give disse elever lov til at prøve kræfter med de tunge spørgsmål, kan man orkestrere et videnskabsteoretisk projektarbejde, hvor eleverne selv vælger ambitionsniveauet. Som tidligere anført, kan man sagtens finde jordnære emner, så mindre ambitiøse elever kan finde meningsfuld og måske endda AT-relevant beskæftigelse.