

Opgave 385

(December 2021)

Et par (lette?) uligheder i to variable

a. Vis, at der for ikke-negative reelle tal a og b gælder

$$(a + b)(1 + ab) \geq 4ab .$$

b. Vis, at der for ikke-negative reelle tal a og b gælder

$$(a^3 - b^3)(a - b) \geq 3ab(a - b)^2 .$$

c. Vis, at der for reelle tal $a, b \geq 1$ gælder

$$a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab .$$

d. Vis, at der for positive reelle tal a og b gælder

$$\frac{1}{1+2a} + \frac{1}{1+2b} \geq \frac{2}{ab+2} .$$

e. Vis, at der for positive reelle tal a og b gælder

$$\frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{(b+1)^2} \geq \frac{1}{ab+1} .$$

f. Vis, at der for ikke-negative reelle tal a og b gælder

$$\frac{1}{2}(a+b)^2 + \frac{1}{4}(a+b) \geq a\sqrt{b} + b\sqrt{a} .$$

(Indsendelsesfrist: 10/1-2022)

Angiv venligst i din besvarelse om dit navn (evt. gruppenavn) må offentliggøres på svar-arket i næste måned.

Løsningen indsendes enten med **alm. post** til

Jens Carstensen, Frederik d. VI's Allé 10, 2000 Frederiksberg

eller **pr. mail** til **Jens.Carstensen@newmail.dk** (løsning vedhæftes i PDF-format)

Besvarelsen skal være fremme senest d. 10. i efterfølgende måned.