Vismandsspillet og makroøkonomi

Dette notat om makroøkonomi er skrevet af *Henrik Adrian, Helge Gram Christensen, Morten Gjeddebæk* og *Ernst Jensen* på et udviklingsseminar mellem matematik og samfundsfag den 25. – 28. april 2004. Vi skylder stor tak til *Nikolaj Malchow-Møller* for grundig gennemlæsning og en række forbedringer i teksten.
Det er hensigten med notatet, at det skal kunne bruges på efteruddannelseskurser for de nævnte fag i forbindelse med gymnasiereformen. Men vi har også søgt at udforme det, så det kan bruges som udgangspunkt for undervisningsmateriale til eleverne. Der er ingen copyright, så enhver har lov at bearbejde materialet efter ønske.

Forløbet om makroøkonomi starter med, at en række økonomiske begreber og metoder præsenteres i samfundsfag, bl.a. gennem brug af "Vismandsspillet". Dette forløb er beskrevet nærmere andet-steds. Nærværende notat henvender sig primært til matematiklæreren og begynder på det sted i forløbet, hvor eleverne i samfundsfag har fået præsenteret nedenstående model af økonomiske sammenhænge.

Vi tager udgangspunkt i følgende to ligninger:

(1) $Y_d = C+G+I+X–M$
(2) $Y_p = Y_d$

De bogstaver, der indgår i de to ligninger, står for:

Y_d (Yield) er den samlede indenlandske efterspørgsel (demand), dvs. den samlede efterspørgsel efter indenlandsk producerede varer. Denne kaldes også den *aggregerede efterspørgsel.*

Y_p er den samlede indenlandske produktion, også kaldet BNP (Bruttonationalproduktet). Denne er også lig med den samlede indkomst i samfundet.

C (Consumption) er det private forbrug. I det følgende antages den at være en funktion af indkomsten i samfundet.

G (Government) er summen af G_1 (= offentligt forbrug) og G_2 (=offentlige investeringer).

I (Investeringer) er de private investeringer.

X (eXport) er den samlede eksport.

M (iMport) er den samlede import.

Ligning (1) siger, at den samlede indenlandske efterspørgsel er givet ved summen af det private forbrug (C), offentligt forbrug og investeringer (G), private investeringer (I) og export (X) fratrukket import (M).

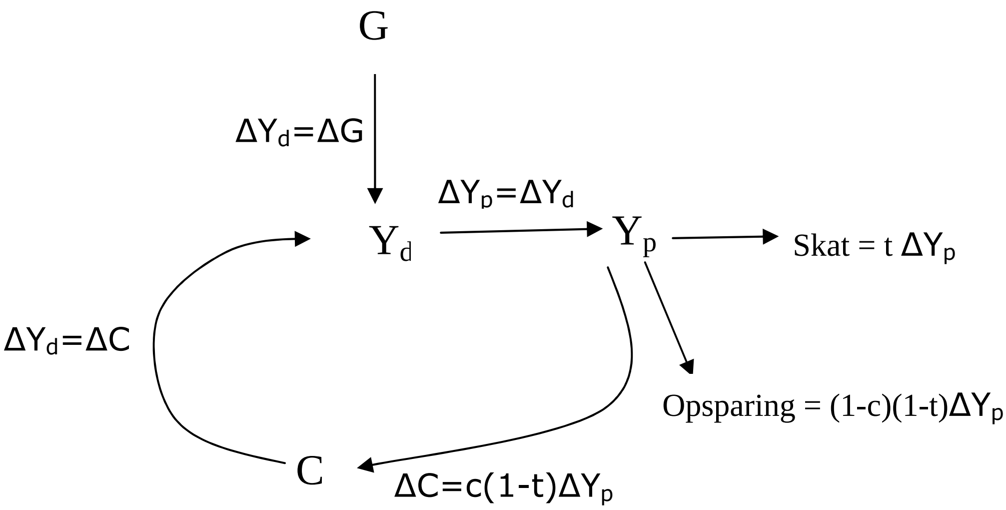
Ligning (2) siger, at den samlede produktion er bestemt af den samlede efterspørgsel i samfundet. Dvs. modellen antager, at udbuddet (produktionen, Y_p) tilpasser sig efterspørgslen (Y_d).

Uanset om det forholder sig således, at udbuddet (Y_p) tilpasser sig efterspørgslen (Y_d) – eller omvendt – så gælder det dog, at den samlede produktion (Y_p) er lig med C + G + I + X – M. Dette kaldes også *forsyningsbalancen*.

Øvelse. Find i Vismandsspillet oplysningerne for 2002 om forsyningsbalancen og tjek, at Y=1184 (mia kr.). Man kan også finde tallene i en statistisk oversigt.

Når modellen antager, at udbuddet (Y_p) tilpasser sig efterspørgslen (Y_d), så betyder det, at når der fx vedtages en stigning i de offentlige udgifter (G), så påvirker det den samlede efterspørgsel (Y_d), som igen påvirker den samlede produktion (Y_p) og indkomst. Det er imidlertid ikke de eneste effekter, vi får. Dette illustreres i den følgende figur.

Vi ser nu på, hvilken betydning det får, hvis det offentlige øger G med ☚G = 10 (mia kr.)



Der sker det, at når det offentlige forbrug (G) stiger, så stiger den samlede efterspørgsel (Y_d), og dermed den samlede produktion (Y_p). Dette får indkomsten til at stige. En del af indkomststigningen går til øgede skattebetalinger, en del går til øget opsparing, og en del går til øget efterspørgsel efter forbrug. Den øgede efterspørgsel efter forbrug øger den samlede efterspørgsel (Y_d), som øger produktionen og indkomsten osv.

Dette kan vi også formalisere ved at anvende en specifik model for, hvorledes C afhænger af Y:

$$C = C_0 + c*(1–t)*Y$$

Her er:

c — forbrugskvoten (den marginale forbrugstilbøjelighed = marginal propensity to consume), der her sættes til 0,8.

t — marginalskatten, som vi sætter til 0,5. Det er realistiske tal, men valgt, så vi får bekvemme udregninger i det følgende.

(Her kan man overveje hvor realistisk modellen er).

Hvis vi sætter C_0 = 85,3 fås:

$$C = 85{,}3 + 0{,}4*Y$$

som med Y = 1184 giver C = 558,9 svarende til værdien fra vismandsspillet. Med disse værdier stemmer ligningen (1).

Her følger en rekursiv beskrivelse af, hvad der sker, ud fra ligningerne:

(3) $Y_d = 0{,}4*Y_p + C_0 + G + I + X – M$

(4) $Y_p = Y_d$

Når staten fx øger G med ☚G =10 mia kr. til (indenlandske) materialer og løn til at bygge en bro, så stiger Y_d umiddelbart med 10 mia. i henhold til ligningen ☚Y_d = 10. Og umiddelbart stiger produktionen Y_p også med 10.

I første runde er Y (fællesbetegnelse for både Y_d og Y_p) således øget med 10.

Men en stigning i Y_p (produktion og dermed indkomst) på 10 giver ved indsættelse i (3), at højresiden vokser med 0,4*10 = 4 og dermed vokser Y_d med yderligere 4. Af de ekstra 10 mia som arbejdere og ejere af produktionsanlæg fik, brugte de altså igen de 4 til øget forbrug.

I anden runde er Y derfor yderligere steget med 4.

Når vi indsætter en værdi af Y_p på højre side i (3), der er øget med disse 4, fås dermed:

I tredje runde er Y yderligere steget med 0,4*4= 1,6.

Og i fjerde med 0,4*1,6 = 0,64.

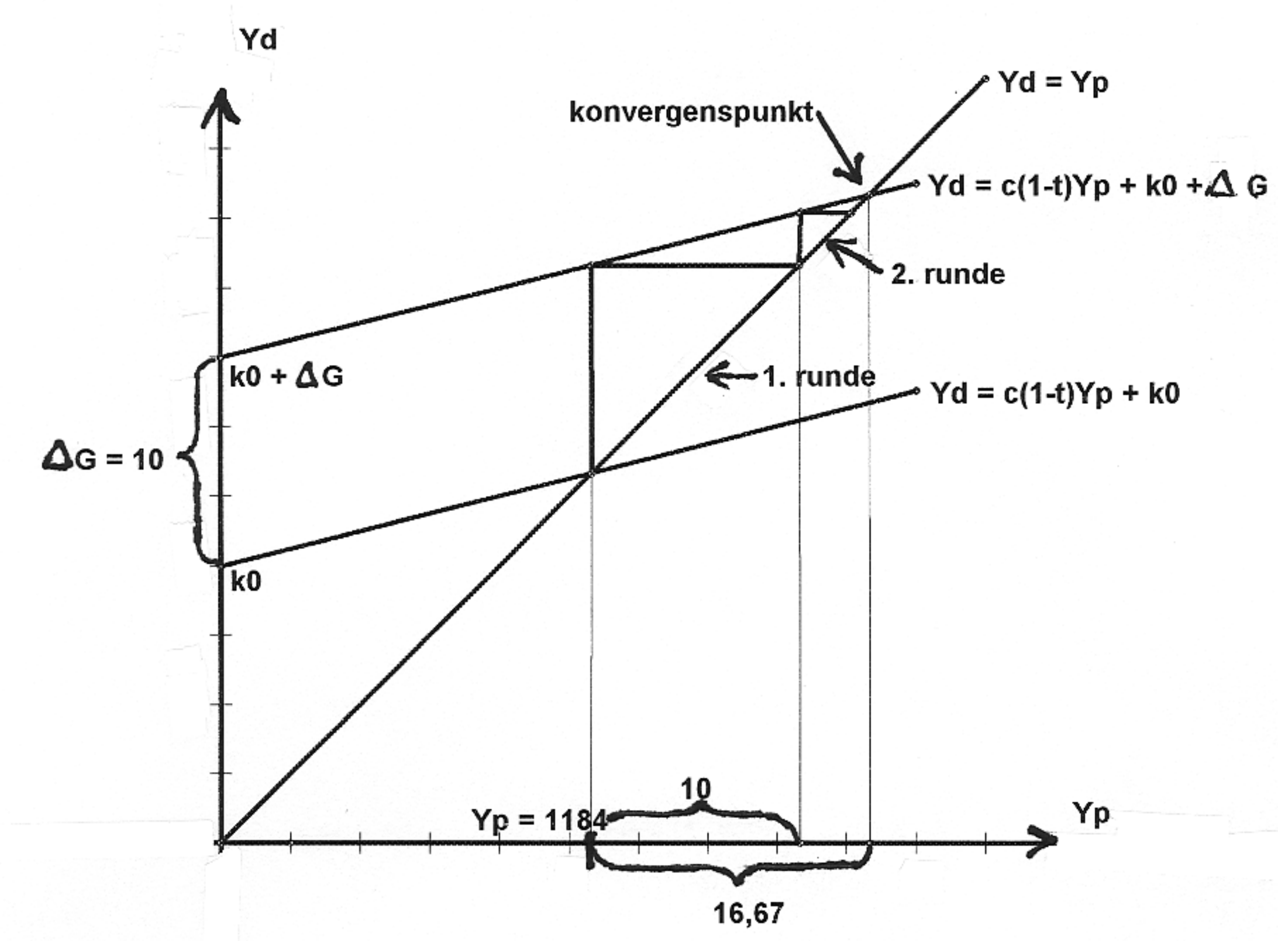
Og i femte med 0,4*1,6 = 0,256.

Og i sjette med 0,4*0,256 = 0,1024.

Ændringerne er nu så små, at vi slutter. I alt er Y steget med 10+4+1,6+0,64+0,256 +.0,1024= 16,6.

Når staten pumper 10 mia kr. ud, vokser Y samlet med 16,6 mia kr. Virkningen er altså en vækst i Y på 1,66 gange. Man kalder derfor dette tal for multiplikatoren for G, idet det var G, vi øgede.

I vismandsmodellen benyttes sådanne multiplikatorer.



Figuren kaldes det ”**Keynesianske kryds**”.

På 1.aksen er Y_p og på 2.aksen Y_d. Linjen $Y_d = k_0 + 0{,}4*Y_p$ er indtegnet. $k_0 = C_0 + G + I + X – M$ er alle konstanterne i ligningen (3). Endvidere er vinkelhalveringslinjen, hvor $Y_d = Y_{p,}$ indtegnet. Skæringspunktet giver den værdi af Y = 1184, vi fandt ovenfor. Men i øvrigt skal figuren illustrere principperne, så de fleste afstande er overdrevet for at kunne ses.

Når staten øger G med ☛G = 10, bliver konstanten k_0 altså 10 større. Linjen løftes ☛G=10. De tilsvarende punkter på diagonalen er markeret: først den umiddelbare stigning i Y_d i første runde på 10. Så stigningen i anden runde på 4. De følgende er for små til at kunne ses på figuren. Tilsammen adderer stigningerne op til en ændring i Y på ☛Y = 16,6.

Hvis man søger på nettet efter "keynesian cross", kan man være heldig at finde en lille animation som fx denne

http://www.fgn.unisg.ch/eurmacro/Tutor/keynesiancross.html

I (3) og (4) står Y_p og Y_d for samme Y (der produceres lige så meget som der efterspørges). Sammenhængen mellem Y, G og de øvrige konstante størrelser er altså:

(5) $$Y = c*(1-t)*Y + G + I + X - M + C_0$$

(med et fint ord, siges Y at være implicit bestemt af ligningen). Når ligningen ikke er sværere, kan vi isolere Y

(6) $$Y = \frac{1}{1-c(1-t)}(G + \text{konst})$$

Y er altså en lineær funktion af G. Med vores taleksempel får vi:

$$Y = \frac{1}{1-0,4}G + k = 1,6667G + k$$

Dette betyder, at hvis eksempelvis G øges med 10, øges Y med 1,6667*10. Y-ændringen multipliceres altså med 1,6667.

I runderne ovenfor fandt vi netop denne værdi af multiplikatoren for G, dog kun med to decimaler til 1,66, fordi vi stoppede efter 6 runder.

Dette notat skifter nu stil. Ovenfor har vi forsøgt at give en så udførlig omtale af emnet, at den kan bruges til elever.

I det følgende antydes nogle temaer og øvelser, der tager afsæt i det foregående. De skal af læreren kasseres eller udbygges og tilpasses elevernes forudsætninger.

Med brug af differentialregning kan ovenstående også skrives som:

$$\frac{dY}{dG} = 1,6667$$

Øvelse. Undersøg betydningen for konvergensen af størrelsen af c, t og/eller selve hældningen.

Omtale af kvotientrækker. Fx et induktivt forløb, hvor eleverne gætter summen, når faktoren er et pænt helt tal.. Bevis for sumsætningen.

Induktivt **forløb** om andre rækker, fx differensrække, sum af kvadrattal, trekanttal og pyramidetal. En hjælp hertil er i TI-83 at sætte L_1 til n og L_2 til s_n for en række værdier af n og derefter bruge polynomiel regression. Måske sluttes med induktionsbevis.

Med brug af differentiation af sammensat funktion:

Ligningen (1) skrives lidt simplere, idet vi udelader størrelser, vi ikke vil ændre. Så fås

$$Y = C + I$$

og

$$C = g(Y)$$

g var ovenfor en lineær funktion. Vi vil se, hvor langt vi kan komme blot ved at antage, at g er voksende. (Eksemplet kan findes i Sydsæter, example 7.1.3).

Når vi indsætter, fås

$$Y = g(Y) + I$$

Vi vil finde multiplikatoren for I, altså se, hvor meget en forøgelse af investeringerne på 1 mia påvirker Y. Vi finder

$$\frac{dY}{dI} = \frac{dC}{dI} + 1 = \frac{dC}{dY} \cdot \frac{dY}{dI} + 1 = g'(Y) \cdot \frac{dY}{dI} + 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{dY}{dI}(1 - g'(Y)) = 1 \Leftrightarrow \frac{dY}{dI} = \frac{1}{1 - g'(Y)}$$

Øvelse: sammenlign med den lineære ovenfor.

Øvelse: g'(Y) kaldes den marginale forbrugstilbøjelighed (marginal propensity to consume). Hvad kan man slutte, blot man antager, at g'(Y) er positiv? Er dette realistisk?
Kan man forestille sig g'(Y)>1?
g'(Y) antages ofte at være aftagende i Y. Det vil sige, at g''(Y) er negativ. Hvilken betydning får det for multiplikatoren?

Kilder:

Adrian, Henrik & Jesper Jespersen m.fl. *Europaøkonomi*, Gyldendal Undervisning 1995, side 105-123.

Finansrådet, 2003 *Vismandsspillet*

Malchow-Møller, Nikolaj og Jens Jakob Nordvig-Rasmussen: ”Traditionelle Makromodeller”, notat, der vil være at finde på EMUen

Sydsæter, Knut & Peter Hammond: *Essential Mathematics for Economic Analysis*, Pearson Education 2002

Forslag til videre læsning:

Begg, David, Fischer, Stanley and Dornbusch, Rudiger (2003): *Economics* . 7th Ed. McGraw-Hill. London 2003

Jespersen, Jesper (2004): *Introduktion til Makroøkonomisk teori*. 2.Udgave. Jurist- og økonomforbundets Forlag 2004

Keiding, Hans og Lund, Lars (1988): *Nationaløkonomi I-II*. Nyt Nordisk Forlag 1988 (2 rev.udg 1991)