Traditionelle Makromodeller

Nikolaj Malchow-Møller & Jens Jakob Nordvig-Rasmussen

Marts 2002

1 IS-LM-modellen

En matematisk økonomisk model er som alle andre modeller en abstraktion. Den er et forsøg på at give en abstrakt matematisk repræsentation af udvalgte økonomiske aspekter ved virkeligheden. Således vil en (økonomisk) model være uløseligt forbundet med dens formål, dvs den problemstilling den er konstrueret til at belyse. Modeller, der umiddelbart synes at omhandle samme fænomen, kan være vidt forskellige afhængig af deres formål.

Et klassisk eksempel er landkort. Udformingen af et kort over Danmark vil i høj grad afhænge af det formål, det skal tjene. Hvis det er tænkt som en hjælp til cyklister, vil det lægge vægt på at fremhæve veje og ikke mindst cykelstier. Disse vil fylde relativt mere på kortet end i virkeligheden, og de vil have forskellige farver og være forsynet med numre og muligvis afstandsangivelser. Byer og natur derimod vil blot være gengivet som grå og grønne områder på kortet. Hvis det i stedet for har til formål at kortlægge Danmarks jernbaner, vil de fleste af vejene, hvis ikke alle, være udeladt, og jernbanelinierne vil fylde betragteligt mere på kortet. Et tredje formål kunne være at belyse højdeforskelle i Danmark. På et sådant kort vil trafikårerne blive erstattet af højdekurver, og kortet vil igen se helt anderledes ud.

Det samme gælder i princippet for økonomiske modeller, fx modeller for sæsonarbejdsløshed. Hvis en model har til formål at belyse fundamentale årsager til sæsonarbejdsløshed, vil man forsøge at modellere relevante økonomiske forhold og mekanismer på en sådan måde, at modellen kan bidrage til at systematisere eller øge vores forståelse af hvilke forhold i samfundet, der forårsager sæsonarbejdsløshed. En anden model kan have som formål at skulle kunne forudsige ændringer i sæsonarbejdsløshed ved forskellige politiske indgreb. I forbindelse med denne model vil man lægge større vægt på, at den kan producere nogle brugbare skøn på effekterne af politiske indgreb, og det vil her være af mindre betydning, om modellen kan bidrage til en forståelse af de underliggende mekanismer.

Det giver således ingen mening at betragte - endsige evaluere - en model løsrevet fra dens formål. Formålet med en model vil altid være altafgørende for dens udformning.

I dette afsnit vil en simpel udgave af den traditionelle IS-LM-model blive gennemgået. I dens simple udforming bør IS-LM-modellen primært opfattes som en formalisering og en systematisering af nogle få centrale økonomiske mekanismer. Men udvidelser af IS-LM-modellen danner derudover fundamentet for nogle af de større danske modeller som SMEC og ADAM, der bruges til politiske konsekvensberegninger.

Vi skal i første omgang fokusere på IS-LM-modellens første rolle, dvs vi skal kigge nærmere på modellens struktur. Ved en models struktur forstår vi: i) en matematisk formulering af den antagede økonomiske adfærd, fx en matematisk ligning for hvordan det private forbrug afhænger af priser og indkomst; og ii) et sæt af rammer for denne adfærd, fx en antagelse om at udbud skal være lig efterspørgsel, eller at det private forbrug er en endogen variabel i modellen (se næste afsnit). Modellens økonomiske mekanismer er således et resultat af den antagede adfærd og rammerne for denne.

Vi skal derefter se på, hvorledes denne simple model kan bruges til at analysere effekterne af økonomisk politiske indgreb. Udover at give kvalitative, omend stærkt forsimplede, resultater vil analyserne bidrage til en dybere forståelse af de økonomiske mekanismer i modellen samt give en idé om, hvorledes konsekvenserne af økonomiske indgreb beregnes i de større modeller, som bygger på IS-LM-modellens grundstruktur.

Dette giver os en naturlig overgang til en diskussion af IS-LM-modellens rolle i forbindelse med de store danske modeller.

1.1 Præsentation af strukturen i en IS-LM-model.

I IS-LM-modellen, som i andre økonomiske modeller, tager man værdierne af en række variable og parametre for givne, dvs deres værdier fastlægges uden for modellen. Derefter bruger man værdierne af disse variable og parametre sammen med modellens ligninger og antagelser (dens struktur) til at bestemme værdier for en række andre økonomiske variable. De variable som tages for givne i modellen kaldes *eksogene*, og dem man bestemmer værdier for i modellen kaldes *endogene*.

De endogene variable I IS-LM-modellen er: i) det aggregerede (samlede) private forbrug; ii) de aggregerede private investeringer; iii) den aggregerede produktion (BNP); og iv) realrenten. Et eksempel på en eksogen variabel i IS-LM-modellen er det aggregerede offentlige forbrug. Og skattesatsen er en typisk parameter. I IS-LM-modellen fokuseres der således på aggregerede størrelser i samfundsøkonomien. Vi kalder derfor IS-LM- modellen en *makro*økonomisk model, idet "makro" henviser til, at der arbejdes med aggregerede størrelser. Over for dette står de *mikro*økonomiske modeller, som er modeller, der beskriver adfærd på husholdnings- og virksomhedsniveau. Et eksempel på en mikroøkonomisk model kunne således være en model for en husholdnings økonomiske adfærd, fx dens beslutninger angående forbrug, opsparing og arbejde.

Man kan opfatte IS-LM-modellen som en modeløkonomi, hvor der eksisterer to størrelser (to typer af objekter): "varer" og "penge". "Varer" er en fællesbetegnelse for forbrugs- og investeringsgoder, og for at gøre modellen overskuelig antager man, at der kun findes én type af varer i økonomien. Denne vare kan da bruges til både privat og offentligt forbrug samt til investeringer. "Penge" dækker over kontanter samt visse typer af indskud i banker (jf afsnittet om pengemarkedet nedenfor), og de er også samlet i én variabel.

Modellen opbygges da ved at modellere udbuddet og efterspørgslen efter varer og penge, og modellen siges at have et varemarked og et pengemarked. Desuden pålægger vi nogle rammer for disse markeder ved at antage, at udbud skal være lig efterspørgsel på begge markeder, og at dette opnås ved at produktionen og realrenten tilpasser sig, dvs disse variable er endogene i modellen. Vi vil se nærmere på dette nedenfor.

IS-LM-modellens keynesianske oprindelse afspejles i antagelsen om, at produktionen tilpasser sig, dvs udbuddet af varer tilpasser sig efterspørgslen efter varer. Senere i kurset skal vi se, hvorledes IS-LM-modellen kan modificeres, således at den kommer i bedre overensstemmelse med andre økonomiske teoriretninger.

Vi skal nu kigge nærmere på IS-LM-modellens struktur. Modellen består af en IS-relation, der repræsenterer varemarkedet, og en LM-relation, der repræsenterer pengemarkedet.

1.1.1 Varemarkedet

IS-relationen tager udgangspunkt i følgende identitet fra nationalregnskabet:

$$Y = C + G + I + X - M \tag{1}$$

Y er produktion (BNP), C er privat forbrug, G er offentligt forbrug (og offentlige investeringer), I er private investeringer, X er eksport og M er import. For en lukket økonomi, dvs en økonomi der ingen samhandel har med udlandet, har vi at $X = M = 0$, og ovenstående identitet reducerer til:

$$Y = C + G + I \tag{2}$$

(1) og (2) er blot regnskabsmæssige identiteter. De holder altid per definiton, for henholdsvis en åben og en lukket økonomi, idet BNP er defineret som summen af komponenterne på højresiderne.

Identiteten for en lukket økonomi, (2), gøres til en teoretisk model ved at specificere efterspørgselsfunktioner for komponenterne på højresiden i (2) samt antage, at venstresiden (produktionen, Y) bestemmes som eller tilpasser sig til denne efterspørgsel. Dette er en meget fundamental antagelse i IS-LM-modellen og, som nævnt ovenfor, et udtryk for dens keynesianske oprindelse.

Vi vil nu konstruere nogle simple efterspørgselsfunktioner for C, G og I. En typisk lineær efterspørgselsfunktion efter privat forbrug er:

$$C = \overline{C} + c(1-t)Y \qquad hvor: \quad 0 < c < 1, \quad 0 < t < 1 \tag{3}$$

Y er værdien af den samlede produktion i økonomien og dermed også den samlede indkomst i økonomien. t er skattekvoten, fx svarer $t = 0,5$ til en skattesats på 50%, og c er forbrugskvoten, der udtrykker hvor stor en del af indkomsten, der anvendes til forbrug. $(1-t)Y$ udtrykker således den disponible indkomst, dvs indkomsten efter skat, og $c(1-t)Y$ er den del af indkomsten, der anvendes til forbrug. $\overline{C}$ er en konstant og udtrykker den ikke-indkomstafhængige (eller autonome) del af forbruget.

Det offentlige forbrug antages som regel at være givet ved en eksogen konstant:

$$G = \overline{G} \tag{4}$$

Dvs det offentlige forbrug antages uafhængigt af den samlede produktion (indkomst) i samfundet.

En efterspørgselsfunktion efter private investeringer kan være givet ved:

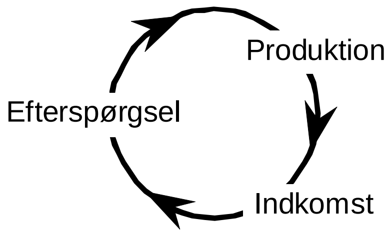
$$I = \overline{I} - br \tag{5}$$

hvor b er en positiv parameter. Investeringerne afhænger således negativt af realrenten, r, idet højere rente betyder forhøjede låneomkostninger og dermed mindre incitament til at foretage investeringer. $\overline{I}$ udtrykker den autonome del af investeringerne.

Indsættes (3), (4) og (5) i (2) fås IS-relationen:

$$Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - br \tag{6}$$

IS-relationen er vores model for varemarkedet. Den fortæller os, hvordan efterspørgslen efter privat og offentligt forbrug samt investeringer er givet, og at disse tilsammen bestemmer produktionen, Y. Produktionen skaber da en tilsvarende indkomst, Y, som igen påvirker efterspørgslen efter privat forbrug positivt osv. Samlet får vi en cirkulær kausalstruktur som skitseret nedenfor:

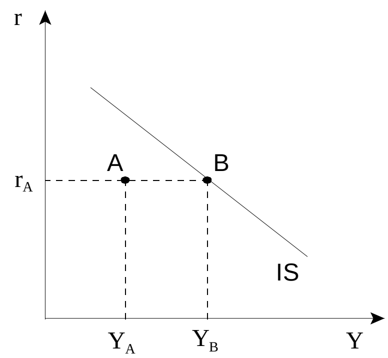


Denne mekanisme forstås måske bedre ved at betragte, hvad der sker ved en stigning i $\overline{C}$. Stigningen i $\overline{C}$ vil initialt give anledning til en tilsvarende stigning i Y. Eftersom Y dækker over både produktion og indkomst, vil man observere en indkomststigning svarende til stigningen i $\overline{C}$. Denne indkomststigning vil derefter øge den private forbrugsefterspørgsel via leddet $c(1-t)Y$, som igen øger produktionen Y. Dette svarer til yderligere en indkomststigning, som atter vil øge efterspørgslen, osv. Effekterne vil vedblive at cirkulere som skitseret ovenfor. Y vil derfor fortsætte med at stige, men stigningerne vil blive stadigt mindre og vil efterhånden dø ud. Matematisk siger vi, at Y konvergerer. Dette er den såkaldte multiplikatoreffekt: En forøgelse af efterspørgslen giver en samlet stigning i produktionen, som overstiger den initiale stigning i efterspørgslen.

For givne værdier af de eksogene variable, $\overline{C}$, $\overline{G}$ og $\overline{I}$, samt parametrene, c, t og b, kan IS-relationen, (6), tegnes i et Y–r-diagram. Årsagen til, at man vælger et Y-r-diagram, er naturligvis, at Y og r er endogene variable i IS-LM-modellen, medens de øvrige variable i (6) er eksogene. For at tegne relationen er det nyttigt først at omskrive udtrykket i (6) således, at r isoleres på venstresiden:

$$r = \frac{\overline{C} + \overline{G} + \overline{I}}{b} - \frac{1 - c(1-t)}{b} Y \tag{7}$$

Udtrykket i (7) giver os en ret linie med negativ hældning i et Y-r-diagram:



Linien i figuren betegnes normalt "IS-kurven". For givne værdier af de eksogene variable og af parametrene, kan punkterne på IS-kurven fortolkes som kombinationer af Y og r, for hvilke varemarkedet er i ligevægt. Dvs for enhver værdi af r kan man på kurven aflæse den tilhørende værdi af Y, som sikrer, at udbud er lig efterspørgsel. Dette bliver tydeligere, hvis man betragter et punkt, der ikke ligger på IS-kurven, fx punktet A. I punktet A, dvs for værdierne r_A og Y_A, vil udbuddet af varer afvige fra efterspørgslen. Mere præcist, i A vil efterspørgslen overstige udbuddet (højresiden er større end venstresiden i (6)). I henhold til den keynesianske antagelse må produktionen og dermed udbuddet stige for at tilfredsstille efterspørgslen. Denne stigning i produktionen giver anledning til en indkomststigning, som yderligere øger efterspørgslen og dermed produktionen. Dvs Y stiger i forhold til punktet A, og vi bevæger os således udefter i diagrammet. Denne bevægelse fortsætter, indtil vi rammer punktet B, hvor udbud er lig efterspørgsel, dvs varemarkedet er i ligevægt. Med andre ord, for renten r_A vil Y konvergere mod værdien Y_B.

1.1.2 Pengemarkedet

Pengemarkedet er repræsenteret ved LM-relationen, som i en simpel udgave af IS-LM-modellen kan være givet ved:

$$\frac{M}{P} = kY - hr \tag{8}$$

hvor k og h er parametre.

Venstresiden i (8) udtrykker pengeudbuddet, som antages at være eksogent givet i IS-LM modellen, dvs M og P er eksogene variable. M er den nominelle pengemængde, som i denne model opfattes som summen af kontanter og indeståender på ikke-rentebærende konti, fx lønkonti[1]. P er prisniveauet, dvs prisen på en enhed af Y. $\frac{M}{P}$ angiver da den reale pengemængde, dvs hvor mange enheder af Y, der kan købes ved hjælp af den nominelle pengemængde.

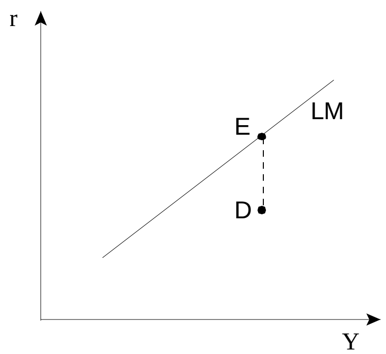
Det bør i denne forbindelse bemærkes, at alle andre variable i IS-LM-modellen også opfattes som *reale* variable. Dvs Y er realt BNP og udtrykker antallet af producerede enheder. Ved at operere med reale variable i stedet for nominelle variable undgår man, at stigninger i fx Y kommer til at skyldes prisstigninger snarere end mængdestigninger.

Tilsvarende udtrykker højresiden i (8) den reale pengeefterspørgsel. Denne antages at være aftagende i realrenten, r, og voksende i produktionen eller indkomsten, Y. Når renten er høj, vil der være et højt afkast på obligationer og andre rentebærende fordringer. De renteindtægter, man går glip af ved at holde kontanter, vil da være store, og man vil derfor efterspørge færre kontanter.[2] En høj værdi af Y betyder, at samfundet har en høj produktion/indkomst. Dette implicerer, at der vil finde relativt flere transaktioner sted, hvilket igen kræver flere kontanter. Efterspørgslen efter kontanter vil derfor være høj i dette tilfælde.

Som IS-relationen kan også LM-relationen tegnes i et Y-r-diagram. Igen gøres dette ved at isolere r i (8). Dette giver os:

$$r = -\frac{1}{h}\frac{M}{P} + \frac{k}{h}Y \tag{9}$$

Udtrykket i (9) giver os en ret linie med positiv hældning i et Y-r-diagram.



[1] Der findes i litteraturen en række forskellige definitioner af pengemængden. Normalt opererer man med fire definitoner: Fra den meget snævre definition M0, som kun medtager sedler og mønter i omløb, til M4 som medtager en lang række forskellige former for indskud.

[2] Så selvom vi ikke direkte medtager handel med obligationer i modellen, så forestiller vi os, at der eksisterer et bagvedliggende obligationsmarked. Vi siger, at obligationsmarkedet er latent i modellen.

For givne værdier af M, P, k og h kan punkterne på LM-kurven fortolkes som kombinationer af Y og r, for hvilke pengemarkedet er i ligevægt. Betragt for eksempel punktet D, som ligger under LM-kurven. I dette punkt vil efterspørgslen efter penge være større end udbuddet, højresiden er større end venstresiden i (8). Eftersom udbuddet er eksogent givet, må renten falde (eller produktionen stige) for at skabe overensstemmelse mellem udbud og efterspørgsel på pengemarkedet. I praksis kan vi forestille os, at bankerne reagerer på den "for høje" efterspørgsel efter kontanter ved at sætte renten op og derigennem motivere folk til at holde deres penge i rentebærende fordringer, som fx obligationer. I figuren vil vi da bevæge os fra punkt D til punkt E, hvor ligevægten på pengemarkedet er genoprettet.

1.1.3 Den samlede model

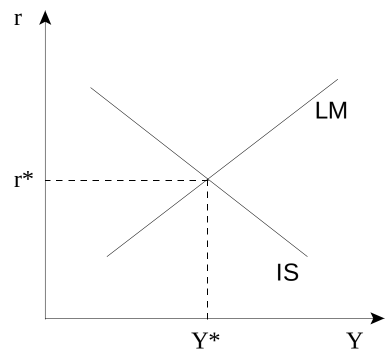
Som nævnt er vores modeløkonomi karakteriseret ved de to markeder: Varemarkedet og pengemarkedet. Hidtil har vi betragtet de to markeder separat. IS-LM-modellen fås ved at betragte IS-relationen og LM-relationen simultant:

$$Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - br \tag{10}$$

$$\frac{M}{P} = kY - hr \tag{11}$$

(10) og (11) kan betragtes som en reduceret udgave af vores IS-LM-model, idet C, G og I er blevet elimineret fra IS-relationen ved hjælp af udtrykkene i (3)-(5). I (10)-(11) er Y og r derfor de eneste tilbageværende endogene variable, og det er dem, vi bruger modellen til at finde værdier for. Når vi skal anvende modellen til at bestemme r og Y i økonomien, så gøres det ved at finde en kombination af r og Y således, at begge markeder er i ligevægt i modellen. Det er som nævnt i indledningen en vigtig antagelse i modellen, at markederne skal være i ligevægt. Uden denne antagelse ville vi ikke være i stand til at bestemme r og Y.

Da vi betragtede varemarkedet separat, kunne vi for enhver værdi af r finde en ligvægtsværdi af Y, og tilsvarende for pengemarkedet. Men når vi betragter begge markeder simultant, vil der ikke for enhver værdi af r findes en værdi af Y, så begge markeder er i ligevægt. Faktisk findes der kun én kombination af r og Y, for hvilke begge markeder er i ligevægt. Og det er naturligvis der, hvor de to kurver skærer hinanden. Dette skyldes, at IS-kurven er kombinationer af r og Y således, at varemarkedet er i ligevægt, og LM-kurven er kombinationer af r og Y således, at pengemarkedet er i ligevægt.



Matematisk set løser vi blot de to ligninger i (10) og (11) for de to ubekendte, Y og r. Dvs givet værdierne af de eksogene variable og parametrene løser vi for de tilhørende ligevægtsværdier af Y og r. Den matematiske løsning er:

$$
\begin{aligned}
r^* &= \frac{\overline{C}+\overline{G}+\overline{I}-\frac{1}{k}\frac{M}{P}\left(1-c(1-t)\right)}{\frac{h}{k}\left(1-c(1-t)\right)+b} && (12)\\
Y^* &= \frac{\overline{C}+\overline{G}+\overline{I}+\frac{b}{h}\frac{M}{P}}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}} && (13)
\end{aligned}
$$

hvor * indikerer, at der er tale om ligevægtsværdier.

Som nævnt indgår C og I ikke direkte i modellen i (11), men når først ligevægtsværdierne af Y og r er fundet, kan C og I findes ved at indsætte værdierne for Y og r sammen med værdierne af de eksogene variable og parametrene i (3) og (5).

Lad os betragte et illustrativt taleksempel. Antag følgende værdier af parametrene og de eksogene variable:

$$
\begin{aligned}
c &= 0,8 \quad , \quad t=0,5 \quad , \quad b=1000 \quad , \quad k=0,5 \quad , \quad h=500\\
\overline{C} &= 100 \quad , \quad \overline{I}=100 \quad , \quad \overline{G}=500 \quad , \quad M=600 \quad , \quad P=1,2
\end{aligned}
$$

Værdierne for $\overline{C}$, $\overline{G}$, $\overline{I}$ og M er angivet i milliarder kr. Indsættes disse værdier i (12) og (13) får vi følgende værdier af r^* og Y^*:

$$
\begin{aligned}
r^* &= \frac{100+500+100-\frac{1}{0,5}\frac{600}{1,2}\left(1-0,8(1-0,5)\right)}{\frac{500}{0,5}\left(1-0,8(1-0,5)\right)+1000} = 6,25\ \%\\
Y^* &= \frac{100+500+100+\frac{1000}{500}\frac{600}{1,2}}{1-0,8(1-0,5)+\frac{1000\cdot 0,5}{500}} = 1062,5 \text{ mia. kr.}
\end{aligned}
$$

Derefter kan disse værdier indsættes i (3) og (5). Vi får da følgende ligevægtsværdier for C og I:

$$\begin{aligned} C^* &= 100 + 0,8(1 - 0,5) \cdot 1062,5 = 525 \text{ mia. kr.} \\ I^* &= 100 - 1000 \cdot 0,0625 = 37,5 \text{ mia. kr.} \end{aligned}$$

2 Analyse af økonomisk politik

Man er ofte interesseret i at anvende økonomiske modeller til at analysere effekterne af forskellige former for økonomisk politik. I dette afsnit skal vi se på, hvorledes man i IS-LM-modellen kan analysere effekterne af finans- og pengepolitik. Den model, vi har opstillet ovenfor, har en meget simpel struktur, og vi har kun af illustrative årsager forsøgt at kvantificere dens parametre og variable. Derfor kan de efterfølgende analyser på ingen måde danne grundlag for politiske indgreb, men de kan forhåbentlig være med til at give en dybere forståelse af modellens mekanismer samt give en idé om, hvorledes de større danske modeller anvendes til konsekvensberegninger.

Mere specifikt skal vi se på, hvorledes produktion, Y, og rente, r, påvirkes, når det offentlige forbrug, $\overline{G}$, øges. Dvs vi analyserer effekterne af en ekspansiv finanspolitik. Når virkningerne på Y og r er fundet, kan man via (3) og (5) finde effekterne på det private forbrug og på de private investeringer.

Vi starter med en grafisk analyse af effekterne og gennemgår i den forbindelse den underliggende økonomiske intuition. Derefter findes effekterne matematisk ved at udregne de finanspolitiske multiplikatorer.

Bemærk, at vi kun kan analysere effekter af ændringer i eksogene variable, fx $\overline{G}$, idet modellen bestemmer værdierne af de endogene variable givet værdierne af de eksogene. Med andre ord, vi kan ikke direkte styre/ændre de endogene variable[3].

Der afsluttes med en opgave, hvor læseren skal analysere de tilsvarende effekter af en ekspansiv pengepolitik.

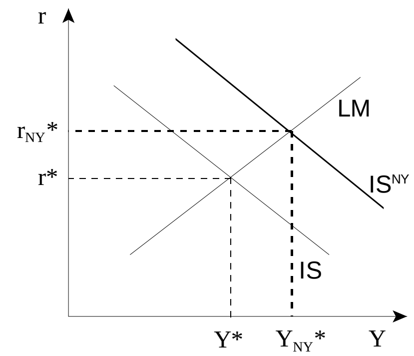
2.1 Grafisk analyse af ekspansiv finanspolitik

Vi lader nu ligevægtssituationen fra forrige afsnit, (r^*, Y^*), være vores initiale tilstand i økonomien og analyserer, hvorledes ligevægten ændres, når $\overline{G}$ øges. IS-kurven er givet ved:

$$r = \frac{\overline{C} + \overline{G} + \overline{I}}{b} - \frac{1 - c(1-t)}{b} Y \tag{14}$$

[3] I nogle sammenhænge vil man se betegnelsen "kontrolvariable" blive brugt om de eksogene variable. Denne betegnelse kan være rimelig i forbindelse med G, som kan siges at være under politikernes kontrol. Men i andre sammenhænge er den direkte misvisende, idet en variabel ikke behøver at være under politikernes kontrol, blot fordi den er eksogen. Fx synes variablen $\overline{C}$ ikke umiddelbart at kunne kontrolleres politisk. Med andre ord, eksogene variable er blot de variable, som tages for givne i modellen, dvs dem som antages ikke at blive påvirket af de endogene variable.

Dvs konstantleddet i (14) forøges, når $\overline{G}$ stiger, og linien forskydes derfor opad. LM-kurven forbliver upåvirket af ændringen i $\overline{G}$, eftersom $\overline{G}$ ikke indgår i udtrykket for denne. Dette er også naturligt, idet $\overline{G}$ påvirker varemarkedet, som repræsenteres ved IS-kurven.



Den nye ligevægt findes i det nye skæringspunkt mellem IS- og LM-kurven. Dvs både r og Y vil stige ved en forøgelse af $\overline{G}$.

Den økonomiske intution bag dette resultat er følgende: Når $\overline{G}$ stiger, så øges den offentlige efterspørgsel og dermed den samlede efterspørgsel, hvilket får Y til at stige. Stigningen i Y har derefter to effekter: i) det private forbrug stiger, hvilket yderligere er med til at øge Y; og ii) pengefterspørgslen stiger, og for uændret pengemængde bliver der dermed skabt en uligevægt på pengemarkedet, hvor efterspørgslen overstiger udbuddet. Renten må derfor stige for at genoprette ligevægten på pengemarkedet, idet en rentestigning sænker pengeefterspørgslen. Rentestigningen bevirker i tilgift, at investeringsefterspørgslen falder, og at Y dermed falder lidt. Den samlede effekt bliver dog, at både r og Y stiger. Skematisk kan effekterne opskrives således:

$$\overline{G} \uparrow \Rightarrow Y \uparrow \Rightarrow \left\{ \begin{array}{llll} C \uparrow & \Rightarrow Y \uparrow & & \\ r \uparrow & \Rightarrow I \downarrow & \Rightarrow & Y \downarrow \end{array} \right. \tag{15}$$

Bemærk, at vi uden hjælp af modellen men med lidt almen økonomisk indsigt kunne have ræssoneret os frem til lignende effekter. Fordelen ved at anvende en model er imidlertid, at vi kan afgøre, at den øverste effekt dominerer, således at vi får en samlet stigning i Y. Den intuitive økonomiske kredsløbsanalyse bliver systematiseret vha modellen, og vi får mulighed for at kvantificere størrelserne af de involverede effekter. Dette træder endnu tydeligere frem i den matematiske analyse:

2.2 Matematisk analyse af ekspansiv finanspolitik

I dette afsnit vil vi udregne de finanspolitiske multiplikatorer, dvs vi vil finde matematiske udtryk for effekterne på r og Y af en stigning i $\overline{G}$. I denne simple lineære IS-LM-model gøres dette ved at differentiere de to ligevægtsudtryk (12) og (13) med hensyn til $\overline{G}$. Det giver os følgende udtryk for de afledte:

$$\frac{dr^*}{d\overline{G}} = \frac{1}{\frac{h}{k}\left[1-c(1-t)\right]+b} > 0 \tag{16}$$

$$\frac{dY^*}{d\overline{G}} = \frac{1}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}} > 0 \tag{17}$$

Begge udtryk er positive og bekræfter således resultatet fra den grafiske analyse. Men den matematiske analyse giver os yderligere indsigt. Den fortæller os hvilke parametre i modellen, der er bestemmende for effekternes størrelse. For eksempel kan man umiddelbart se, at den nederste multiplikator er voksende i c, dvs jo større værdi af c jo større virkning har finanspolitik på produktionsniveauet. Det skyldes, at når c er stor, så vil man bruge relativt mere af den ekstra indkomst, der skabes, på forbrug. Dermed bliver den øverste effekt i (15) kraftigere.

Man kunne også vælge at indsætte estimerede eller hypotetiske værdier af parametrene i (16) og (17), fx vores værdier fra taleksemplet ovenfor. Da kunne man få kvantitative udtryk for effekternes størrelse. Bemærk, at vi ikke uden videre kan afgøre om multiplikatoren for Y er større eller mindre end én. Hvis den er større end én, svarer det til, at når den offentlige efterspørgsel stiger med fx 1 mia. kr. så øges produktionen med mere end 1 mia. kr. Dette vil være tilfældet, hvis den øverste effekt dominerer den nederste effekt i (15) tilpas meget, og det kan fx forekomme, hvis parameteren k er relativt lille.

Når virkningerne på Y og r er fundet, kan vi finde virkningerne på C og I. De initiale ligevægtsværdier af C og I findes ved at indsætte ligevægtsværdierne for Y og r i (3) og (5):

$$C^* = \overline{C} + c(1-t)Y^* = \overline{C} + c(1-t)\left[\frac{\overline{C}+\overline{G}+\overline{I}+\frac{b}{h}\frac{M}{P}}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}}\right] \tag{18}$$

$$I^* = \overline{I} - br^* = \overline{I} - b\left[\frac{\overline{C}+\overline{G}+\overline{I}-\frac{1}{k}\frac{M}{P}\left(1-c(1-t)\right)}{\frac{h}{k}\left(1-c(1-t)\right)+b}\right] \tag{19}$$

Og virkningerne på C^* og I^* fås da ved at differerentiere disse udtryk med hensyn til $\overline{G}$

$$\begin{aligned}
\frac{dC^*}{d\overline{G}} &= c(1-t)\frac{dY^*}{d\overline{G}} = c(1-t)\left[\frac{1}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}}\right] > 0 && (20)\\
\frac{dI^*}{d\overline{G}} &= -b\frac{dr^*}{d\overline{G}} - b\left[\frac{1}{\frac{h}{k}\left(1-c(1-t)\right)+b}\right] < 0 && (21)
\end{aligned}$$

Dvs det private forbrug vokser, og de private investeringer falder. Dette passer fint med intuitionen i (15).

2.3 Opgave: Analyse af ekspansiv pengepolitik

Lad os igen betragte en situation, hvor vi initialt befinder os i (Y^*, r^*). Ekspansiv pengepolitik svarer til en forøgelse af den eksogene variabel M.

1. Hvordan forskydes kurverne når M stiger? Husk at kurverne er givet ved:

$$\begin{aligned}
IS &: \quad r = \frac{\overline{C}+\overline{G}+\overline{I}}{b} - \frac{1-c(1-t)}{b}Y && (22)\\
LM &: \quad r = -\frac{1}{h}\frac{M}{P} + \frac{k}{h}Y && (23)
\end{aligned}$$

2. Find den nye ligevægt. Hvordan har r^* og Y^* ændret sig? Hvad er den økonomiske intuiton bag dette resultat? Opstil et diagram svarende til det i (15). Sammenlign med effekterne af en ekspansiv finanspolitik.

3. Find de pengepolitiske multiplikatorer. Stemmer de overens med den grafiske analyse.

4. Find multiplikatorerne for C^* og I^*.

2.4 Svar: Analyse af ekspansiv pengepolitik

1. Når M øges, forskydes LM-kurven nedefter, hvorimod IS-kurven er upåvirket.

2. Vi får et fald i r^* og en stigning i Y^*. Intuitionen er som følger: Når M stiger, så øges pengeudbuddet. Det skaber uligevægt på pengemarkedet, og renten må derfor falde for at øge efterspørgslen efter penge. Rentefaldet påvirker investeringerne positivt, som igen er med til at øge Y. Skematisk:

$$M\uparrow \;\Rightarrow\; r\downarrow \;\Rightarrow\; I\uparrow \;\Rightarrow Y\uparrow \;(\Rightarrow\; r\uparrow \;\Rightarrow I\downarrow \;\Rightarrow Y\downarrow) \qquad (24)$$

3. De pengepolitiske multiplikatorer udregnes også fra ligevægtsudtrykkene for r og Y ved at differentiere, denne gang med hensyn til M:

$$\frac{dr^*}{dM} = \frac{-\frac{1}{kP}\left(1-c(1-t)\right)}{\frac{h}{k}\left(1-c(1-t)\right)+b} = \frac{-\frac{1}{P}}{h+\frac{kb}{(1-c(1-t))}} < 0 \tag{25}$$

$$\frac{dY^*}{dM} = \frac{\frac{b}{h}\frac{1}{P}}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}} > 0 \tag{26}$$

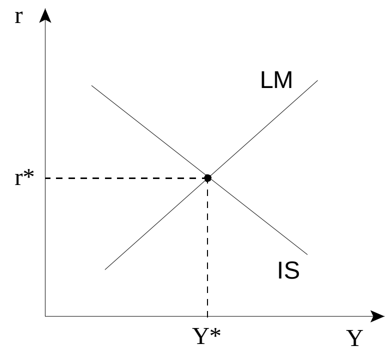
4. Effekterne på C^* og I^*:

$$\frac{dC^*}{dM} = c(1-t)\frac{dY^*}{dM} = c(1-t)\left[\frac{\frac{b}{h}\frac{1}{P}}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}}\right] > 0 \tag{27}$$

$$\frac{dI^*}{dM} = -b\frac{dr^*}{dM^*} = -b\left[\frac{-\frac{1}{P}}{h+\frac{kb}{(1-c(1-t))}}\right] > 0 \tag{28}$$

3 Udvidelser af IS-LM-modellen, økonomisk del

IS-LM-modellen, som beskrevet i tidligere afsnit, er en model for vare- og pengemarkedet. IS-kurven beskriver ligevægte i varemarkedet, og LM-kurven beskriver ligevægte i pengemarkedet.



Modellen bestemmer renten og produktionen, og vi kunne analysere effekterne af finanspolitik og pengepolitik på produktionen. Produktionen er tæt koblet til beskæftigelsen og dermed arbejdsløsheden. Når produktionen er høj, vil beskæftigelsen også være høj, og dermed vil arbejdsløsheden være lav[4]. På grund af den tætte (negative) sammenhæng mellem output og arbejdsløshed, kan modellen bruges til at analysere finans- og pengepolitik i relation til arbejdsløshedsbekæmpelse. Arbejdsløshedsbekæmpelse er en vigtig målsætning for den økonomiske politik, men det er bestemt ikke den eneste målsætning. Typiske målsætninger er:

- Arbejdsløshed (lav)
- Betalingsbetalingsbalance (positiv saldo på de løbende poster)
- Inflation (lav)

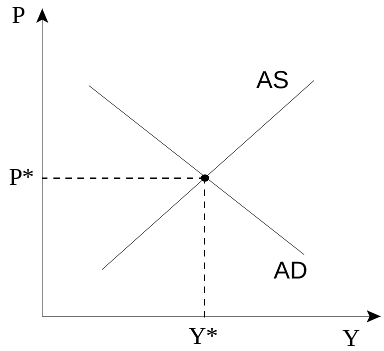
Da IS-LM modellen beskriver en lukket økonomi, dvs en økonomi uden samhandel med udlandet, kan den selvsagt ikke anvendes til belysning af betalingsbalanceproblematikken. I relation til inflationsbekæmpelse er den simple IS-LM-model heller ikke til megen hjælp: Priserne antages nemlig at være konstante i IS-LM-modellen. For at kunne analysere betalingsbalance-

[4]Der kan selvfølgelig være bevægelser i arbejdsstyrken, således at denne sammenhæng er mindre entydig. Generelt vil bevægelserne i arbejdsstyrken dog være relativt små. Derfor vil vi ikke inddrage ændringer i arbejdsstyrken i analysen.

og inflationsproblematikken er vi derfor nødt til at udvide modellen. Først vil vi se på en udvidelse, som inddrager priserne i modellen (AD-AS) dernæst vil vi se, hvordan IS-LM-modellen kan udvides, så den kan anvendes i en analyse af betalingsbalancen.

3.1 AD-AS-modellen

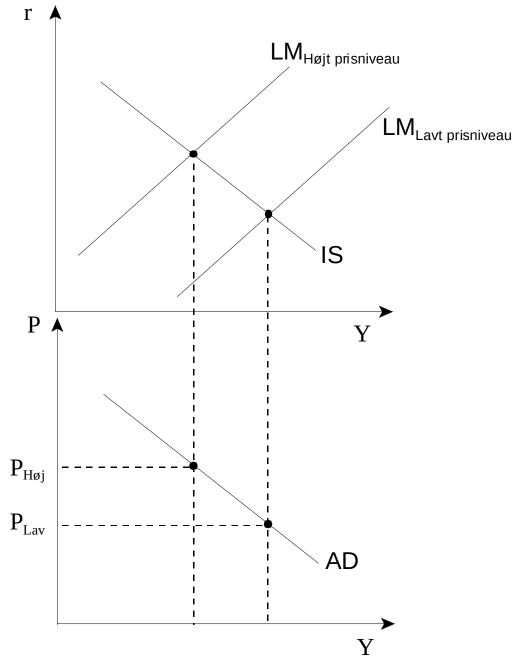
AD står for Aggregate Demand - samlet efterspørgsel. AS står for Aggregate Supply - samlet udbud. I gennemgangen af IS-LM modellen blev det fremdraget, at der var tale om en (keynesiansk) efterspørgselsorienteret model. Det blev antaget, at udbuddet tilpassede sig passivt til efterspørgslen. I AD-AS modellen følger udbuddet ikke blot efterspørgslen. Udbuddet og efterspørgslen afhænger af prisniveauet i økonomien. Ligevægt findes ved det prisniveau, hvor den aggregerede efterspørgsel er lig det aggregerede udbud.



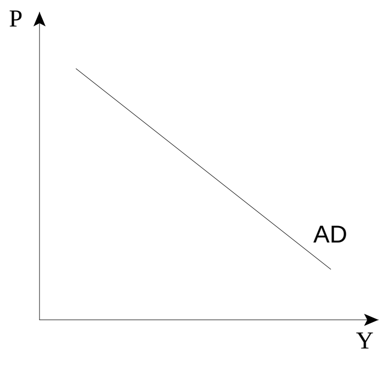
Bemærk, at vi nu har prisniveauet, P, på 2.-aksen, hvor vi tidligere havde renten, r.

3.1.1 AD - samlet efterspørgsel

Den samlede efterspørgsel - Aggregate Demand - bestemmes ud fra IS-LM-diagrammet. Ved et bestemt prisniveau kan vi bestemme den aggregerede efterspørgsel efter varer i økonomien.



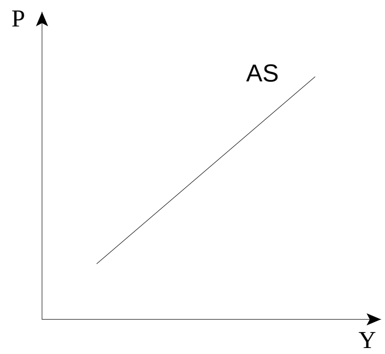
Som figuren viser, er der en negativ sammenhæng mellem prisniveau og aggregeret efterspørgsel[5]. Den økonomiske intuition er, at når prisniveauet stiger, så vil pengene mindste købekraft, og den reale pengemængde - den mængde varer vi kan købe for en given sum penge - bliver mindre. Højere prisniveau betyder derfor en lavere real pengemængde - et lavere realt pengeudbud. Ligevægt i pengemarkedet kræver, at udbuddet af penge svarer til efterspørgslen efter penge. Derfor må efterspørgslen også falde. Dette sker ved at renten stiger, og produktionen falder. Hermed har vi den negative sammenhæng, at et højere prisniveau svarer til en lavere efterspørgsel.



[5]For at være præcise, skal det bemærkes, at hvis vi anvender LM-specificationen $\frac{M}{P} = kY - hr$, da bliver AD-kurven ikke lineær (men hyperbolsk). Det centrale er dog at AD-sammenhængen er negativ: Når prisniveauet stiger, indebærer det en faldende aggregeret efterspørgsel.

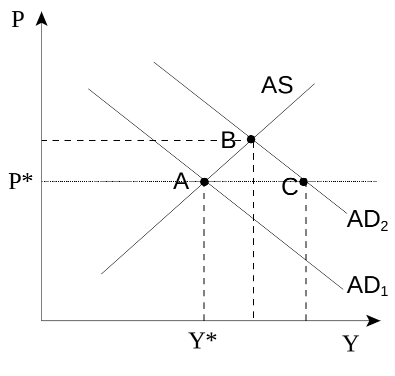
3.1.2 AS - samlet udbud

AS-kurven beskriver, hvad virksomhederne er villige til at producere ved et bestemt prisniveau. Når prisniveauet er højt, er virksomhederne villige til at producere og udbyde en relativ stor mængde varer; når priserne er lave, vil virksomhederne producere og udbyde en mindre mængde varer.



3.1.3 AS-kurvens betydning

Lad os illustrere AS-kurvens betydning ved at analysere en finanspolitisk ekspansion. Finanspolitikken indebærer en større aggregeret efterspørgsel i økonomien. I AD-AS-diagrammet svarer det til, at AD-kurven rykker udad (mod højre). I nedenstående figur er effekten på output og prisniveau illustreret.



I udgangssituationen er den aggregerede efterspørgsel givet ved AD_1 og økonomien er i ligevægt i punktet A. Ved den finanspolitiske ekspansion rykker AD-kurven til AD_2, og der etableres en ny ligevægt i B, hvor aggregeret efterspørgsel er lig aggregeret udbud. Det ses, at effekten af finanspolitikken er både en stigning i produktionen og en stigning i prisniveau. Uden AS-kurven (dvs standard IS-LM-modellen) er priserne konstante, og vi vil ende i punktet C. Inddragelsen af udbudssiden introducerer således en priseffekt i vores analyse. Finanspolitikken er mindre effektiv i AD-AS-modellen, fordi noget af effekten af ekspansionen "går tabt" i form af prisstigninger.

3.2 Analyse af dynamisk AD-AS-model

3.2.1 Hvorfor dynamik er interessant

Ovenfor har vi illustreret, hvordan AD-AS kan bruges til at analysere effekten af et økonomisk indgreb på produktion og priser. Denne form for analyse kaldes komparativ statisk analyse, fordi vi ser på, hvordan en given ændring vil påvirke en statisk ligevægt. Derimod fortæller modellen ikke noget om, hvordan tilpasningen sker over tid. Uden politik er vi i punktet A, med politik er vi i punktet B. Denne form for analyse kan give en fornemmelse af, hvilken retning et indgreb påvirker økonomien, men vi får ikke nogen realistisk beskrivelse af indgrebets effekt over tid.

I praksis er effekten over tid selvfølgelig overordentlig interessant. Hvordan virker Pinsepakken i 1998, 1999 og år 2000? Nedenfor vil vi vise, hvordan en AD-AS-model kan udvides, så den kan bruges til at analysere effekten af en økonomisk politik over tid. Vi kalder en sådan model for dynamisk.

3.2.2 Udledning af AD-ligningen

Vores IS-LM-model fra tidligere har følgende ligninger:

$$IS \quad : \quad Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - br \tag{29}$$

$$LM \quad : \quad \frac{M}{P} = kY - hr \tag{30}$$

Vi vil anvende en variant af denne IS-LM-model:

$$IS \quad : \quad Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - br \tag{31}$$

$$LM \quad : \quad M - P = kY - hr \tag{32}$$

I LM-ligningen har vi erstattet $\frac{M}{P}$ med $M - P$. Herved undgår vi, at de følgende beregninger bliver meget komplicerede, og modellen har alligevel de samme kvalitative egenskaber. Ud fra IS-ligningen og LM-ligningen kan vi finde en ligning for AD-kurven.

Vi ønsker en sammenhæng mellem Y og P. For at opnå dette skal vi fjerne/eliminere r fra de to ligninger. Matematisk set isolerer vi r i én af ligningerne og indsætter det fundne udtryk i den anden ligning. Vi isolerer r i LM-ligningen:

$$r = \frac{1}{h}(kY - M + P) \tag{33}$$

Dette indsættes i IS-ligningen:

$$Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - b\frac{1}{h}(kY - M + P) \tag{34}$$

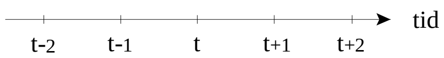
I denne ligning isolerer vi P:

$$P = \frac{h}{b}(\overline{C} + \overline{I} + \overline{G}) + M - \left(\frac{h}{b}(1 - c(1-t)) + k\right)Y \tag{35}$$

Denne ligning beskriver AD-kurven, idet den giver en sammenhæng mellem P og Y.

3.2.3 Notation

Da vi gerne vil beskrive en udvikling over tid, er vi nødt til at indeksere vores variable, dvs tilknytte et tidspunkt til hver variabel. Vi vil benyttet notationen Y_t som betegnelse for produktionen i periode t, og Y_{t+1} vil betegne produktionen i den efterfølgende periode $t+1$. Vi inddeler altså tiden i perioder. En typisk inddeling kunne være en periode på et år. Da kunne t svare til 1999 og t-1 ville da svare til 1998.



AD-ligningen udledt giver en sammenhæng mellem prisniveau og produktion i den samme periode. Ved brug af notationen med tidsindeks bliver relationen:

$$P_t = \frac{h}{b}(\overline{C}_t + \overline{I}_t + \overline{G}_t) + M_t - \left(\frac{h}{b}(1 - c(1-t)) + k\right)Y_t \tag{36}$$

3.2.4 Den dynamiske AS-ligning

Vi vil nu arbejde med følgende dynamiske AS-relation:

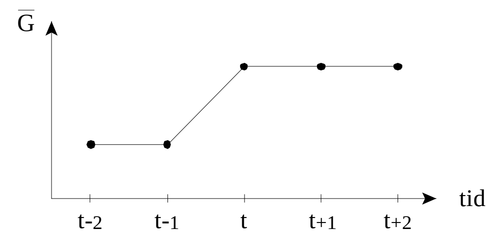
$$P_t = P_{t-1} + \epsilon(Y_t - \overline{Y}) \tag{37}$$

Her er ϵ en (positiv) parameter og $\overline{Y}$ er det naturlige niveau for produktionen, dvs det niveau der sikrer stabile priser.

Prisniveauet i periode t afhænger af prisniveauet i sidste periode. Desuden påvirkes prisniveauet af et led, som afhænger af produktionens størrelse. Hvis produktionen er større end det naturlige niveau $\overline{Y}$ vil priserne stige, hvis produktionen er lavere end $\overline{Y}$ vil priserne falde. Kun hvis produktionen er præcis $\overline{Y}$ vil priserne være stabile. Forklaringen på sammenhængen er, at når produktionen er høj, vil beskæftigelsen også være høj, og arbejdsløsheden vil være lav. Derfor vil fagforeningerne være i stand til at gennemføre høje lønstigninger. Virksomhederne vil herefter være nødt til at hæve priserne for at dække deres omkostninger. Når produktionen derimod er lav, vil arbejdsløsheden være høj, og fagforeningerne vil ikke kunne kræve store lønstigninger. I denne situatiation vil virksomhederne ikke i samme grad være presset til at hæve priserne[6].

3.2.5 Dynamisk analyse af finanspolitik

Antag, at vi som udgangspunkt er i en situation med produktion svarende til det naturlige niveau, således at der ikke er tendens til ændrede priser. Vi vil nu analysere effekterne over tid af en permanent finanspolitisk ekspansion, hvor det offentlige forbrug øges i periode t og i alle perioder fremover:



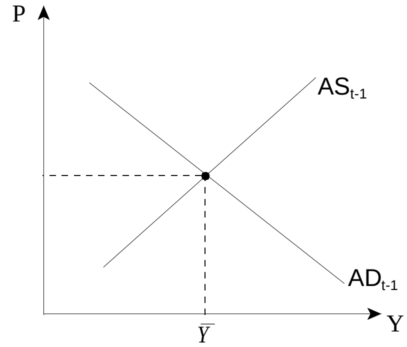
For at holde styr på effekterne i AD-AS-diagrammet repeterer vi de to relationer:

[6] I praksis er der en tendens til at priserne kun meget sjældent falder. I modellen vil vi ikke direkte tage hensyn til dette, men tillade at en lav produktion kan medføre faldende prisniveau.

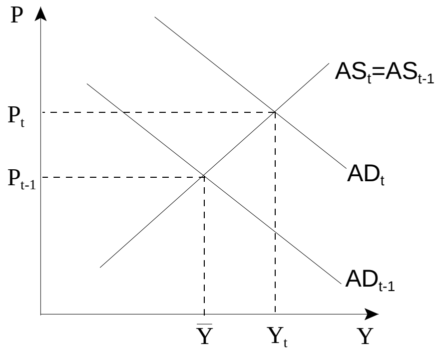
$$AD \;:\; P_t = \frac{h}{b}(\overline{C}_t + \overline{I}_t + \overline{G}_t) + M_t - \left(\frac{h}{b}(1 - c(1-t)) + k\right) Y_t \quad (38)$$

$$AS \;:\; P_t = P_{t-1} + \epsilon(Y_t - \overline{Y}) \quad (39)$$

I periode t-1 ligner AD-AS-diagrammet sig selv:



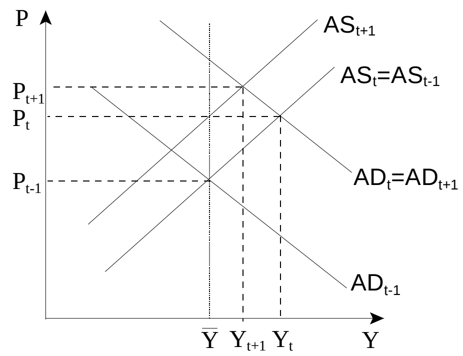
I periode t øges G_t. Dette påvirker AD-kurven idet G_t indgår i AD-relationen. AS-kurven berøres ikke, da G_t ikke indgår i denne. AD-kurven parallelforskydes udad[7]. Udtrykt mere økonomisk: Den ekspansive politik presser efterspørgslen op og rykker AD-kurven i retning af højere output. Figuren viser, hvordan politikken virker på prisniveau og produktion i periode t:



Det ses, at effekten i periode t svarer til effekten i den statiske model ovenfor.

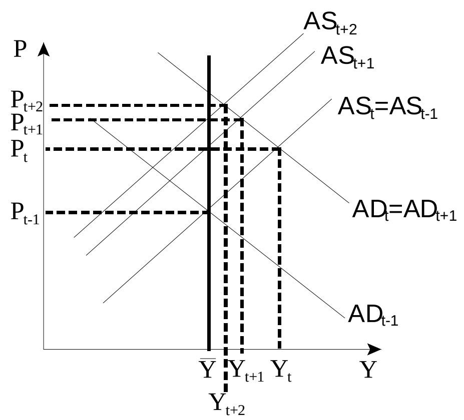
I periode t+1bliver G_{t+1} på samme niveau som periode t. Dermed ligger AD-kurven som i periode t. AS-kurven påvirkes til gengæld, fordi prisen i sidste periode er steget. AS-kurven i periode t+1 vil gå gennem punktet ($\overline{Y}$,P_t) :

[7] Matematisk er det skæringspunktet, $\frac{h}{b}(\overline{C}_t + \overline{I}_t + \overline{G}_t) + M_t$, i den lineære relation, som bliver større.



Effekten i periode t+1 er en yderligere stigning i prisniveauet men et fald i produktionen.

I periode t+2 forbliver G_{t+2} på samme niveau som i periode t og t+1. AD-kurven forbliver uændret. AS-kurven rykker opad, idet prisen i sidste periode er ændret - AS-kurven går nu gennem punktet ($\overline{Y}$,P_{t+1}).

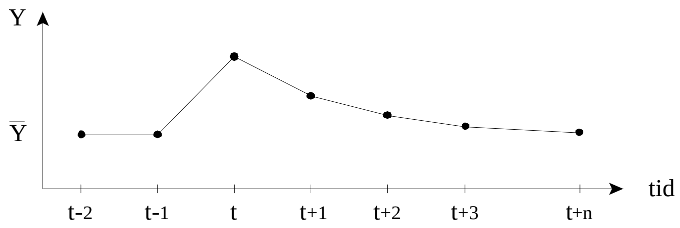


Effekten er en yderligere stigning i prisniveauet og et fald i aktiviteten i forhold til periode t og t+1. Produktionen nærmer sig det oprindelige, naturlige niveau, $\overline{Y}$.

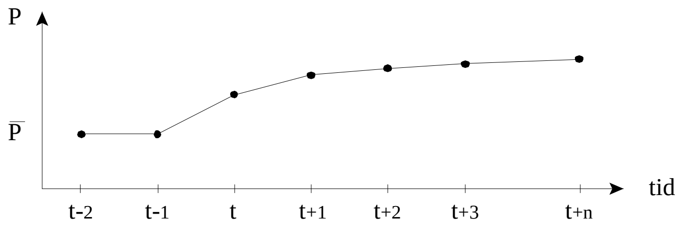
Det ses, at den ekspansive politik virker effektivt i periode t, hvor der dog også sker en stigning i prisniveauet. I periode t+1 mindskes effekten på produktionen og prisniveaet stiger yderligere. I periode t+1 forsætter denne tendens: Prisniveaet stiger, og produktionen falder yderligere. Denne bevægelse vil fortsætte så længe produktionen er større en $\overline{Y}$, fordi dette

vil betyde at priserne stiger og AS-kurven forskydes opad, hvilket igen bevirker, at produktionen falder. Produktionen vil derfor igen nærme sig det naturlige niveau. På lang sigt er der således ingen effekt på produktionen af en ekspansiv finanspolitik. Derimod betyder politikken, at prisniveauet hæves permanent.

Effekten af politikken kan summeres i nedenstående diagrammer:



Effekten på aktiviteten



Effekten på prisniveauet

Det ses, at den ekspansive finanspolitik har en effekt i relation til produktionen på kort sigt, men ingen effekt på lang sigt. I relation til prisniveaet sker der en gradvis stigning og på langt sigt konvergerer prisen mod en nyt langsigtsniveau. Konklusionen er således at finanspolitikken har en kortsigtet positiv effekt på produktionen, men på langt sigt er effekten udelukkende en stigning i prisniveaet.

3.3 En åben økonomi

I det ovenstående har vi bygget videre på IS-LM-modellen for at kunne inddrage prisbevægelser og dermed inflation i vores analyse. I det følgende vil vi udvide modellen i en anden retning, så vi får mulighed for at inddrage udlandet og dermed betalingsbalancen. I denne sammenhæng er det måske på sin plads at være lidt mere præcis. Betalingsbalancen er en opgørelse over et lands samlede transaktioner med udlandet og per definition er saldoen på betalingsbalancen lig nul. Forklaringen er, at betalingsbalancen består af to hovedposter: De løbende poster og kapitalposterne. Hvis der er et underskud på betalingsbalancens løbende (eksempelvis fordi vi har importeret meget), er vi nødt til at finansiere dette underskud ved optagelse af lån i udlandet. Denne låntagning kommer til at figurere som en positiv kapitalpost, og den samlede saldo på betalingsbalancen vil derfor altid være 0. I en analyse af betalingsbalancen er det de løbende poster, der er af interesse. Det er de løbende poster, som bestemmer, hvor mange lån vi er nødt til at optage. Man kan sige, at det er de løbende poster, der driver kapitialposterne. De løbende poster kan igen underopdeles i en række poster, hvor handelsbalancen er den vigtigste. I det nedenstående vil vi indarbejde handelsbalancen i vores model.

Vores model fra tidligere havde følgende struktur:

$$IS : Y = C + I + G \tag{40}$$
$$LM : Penge^{udbud} = Penge^{efterspørgsel} \tag{41}$$

Vi inddrager samhandel med udlandet ved at indføre to nye variable: X, der betegner eksport, og M, som betegner import. Eksporten skaber indenlandsk efterspørgsel og produktion, importen mindsker den indenlandske efterspørgsel. Det er derfor naturligt at udvide IS-LM-modellen på følgende måde:

$$IS : Y = C + I + G + X - M \tag{42}$$
$$LM : Penge^{udbud} = Penge^{efterspørgsel} \tag{43}$$

X-M er nettoeksporten, og hvis vi opfatter X som eksporten af varer og M som importen af varer, så svarer X-M til handelsbalancen. Antag at eksport og import kan beskrives ved følgende efterspørgselsfunktioner:

$$X = \overline{X} \tag{44}$$
$$M = mY \tag{45}$$

Vi antager altså at eksporten er konstant (eksogen) og at importen afhænger positivt af indkomsten, m er importkvoten. Dvs hvis indkomsten stiger med 100 kroner, så importerer vi for $m \cdot 100$ kroner mere. Dette er selvsagt en meget simpel beskrivelse af eksport og import, men den fanger en væsentlig del af bevægelsen i handelsbalancen. Indsætter vi eksport- og importfunktionen i modellen fås:

$$IS : Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - br + \overline{X} - mY \tag{46}$$
$$LM : \frac{M}{P} = kY - hr \tag{47}$$

Hvis man vil have helt tjek på de matematiske udtryk for IS- og LM-kurverne. er det hensigtsmæssigt at isolere r i disse ligninger, inden man tegner dem:

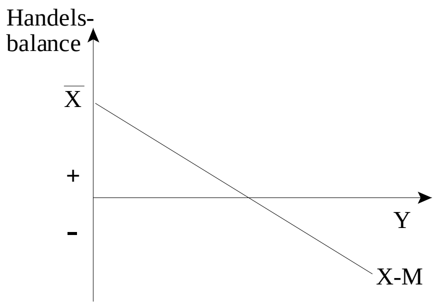
$$IS \quad : \quad r = \frac{1}{b}(\overline{C} + \overline{I} + \overline{G} + \overline{X}) - \frac{1 - c(1-t) + m}{b} Y \tag{48}$$

$$LM \quad : \quad r = -\frac{M}{P}\frac{1}{h} + \frac{k}{h} Y \tag{49}$$

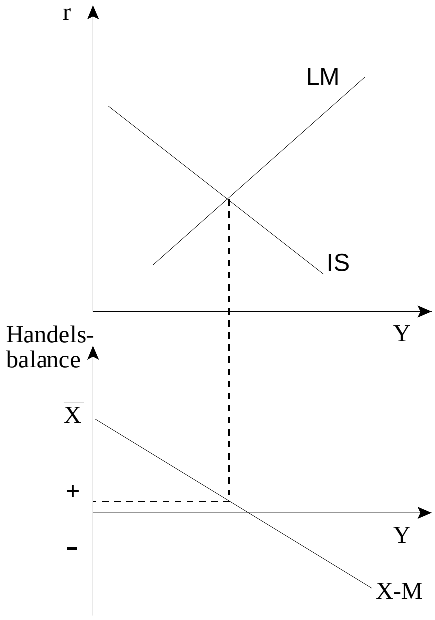
LM-kurven er den samme som før. IS-kurven er stadig en linje, men skæringspunktet og hældningen er ændret en smule. Kvalitativt er det dog den samme model. For at analysere betalingsbalanceproblematikken konstruerer vi et betalingsbalancediagram.

$$Handelsbalance = X - M = \overline{X} - mY \tag{50}$$

Handelsbalancen kan således tegnes som en linje i et (Y,handelsbalance)-diagram:

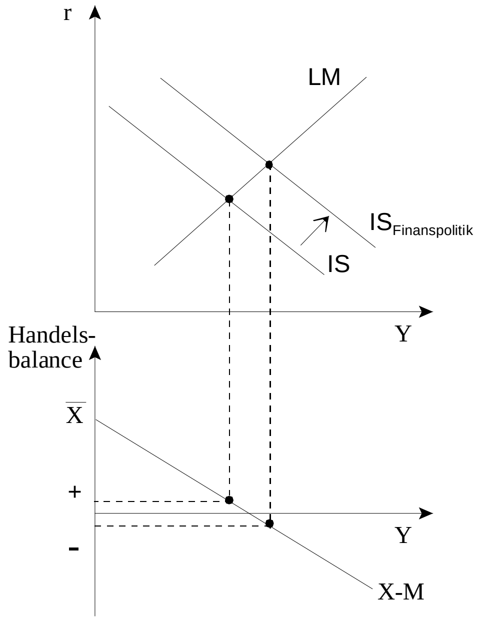


Den samlede model består således af en IS-LM-model, som bestemmer den samlede produktion i økonomien, og en handelsbalancerelation som beskriver saldoen på handelsbalancen for et givet produktionsniveau.



Figuren viser, hvordan produktionsniveaet bestemmes i IS-LM-diagrammet, og hvordan dette produktionsniveau bestemmer saldoen på handelsbalancen, som i dette tilfælde er positiv.

Lad os bruge den ovenfor illustrerede situation som udgangspunkt, og lad os analysere effekten af en ekspansiv finanspolitik på handelsbalancen. Finanspolitik svarer til en påvirkning af økonomiens efterspørgselsside. Derfor påvirker det IS-kurven, som rykker mod højre. Dette indebærer et højere produktionsniveau. Vi aflæser effekten af dette på handelsbalancen i handelsbalance-diagrammet. Det ses, at den ekspansive finanspolitik medfører en forværring af handelsbalancen. I dette tilfælde medfører politikken, at vi går fra et overskud på handelsbalancen til et underskud.



Intuitionen er, at den ekspansive finanspolitik skaber en større produktion i samfundet og dermed også en større indkomst. En del af denne større indkomst anvendes til forbrug af importvarer, og derfor påvirkes handelsbalancen negativt.

4 Udvidelser af IS-LM-modellen, matematisk del

I denne del af kurset vil vi kigge på to typer af udvidelser af den simple IS-LM-model fra kursets første del. Medens de matematiske udregninger, der var forbundet med den simple IS-LM-model, var rimeligt overskuelige, skal vi nu se, hvorledes relativt små ændringer i modellen kan forøge dens matematiske kompleksitet betydeligt.

Først skal vi se på, hvorledes analysen ændres, når man erstatter de lineære efterspørgselsfunktioner i IS-LM-modellen med mere generelle funktionsudtryk. Fordelen ved at arbejde med generelle frem for specifikke funktionsudtryk er, at vi kan opnå mere robuste resultater. De resultater, vi finder, vil ikke længere kun holde for specifikke efterspørgselsfunktioner, men for en bred klasse af efterspørgselsfunktioner.

Dernæst skal vi udvide IS-LM-modellen ved at indføre en tredje relation (en AS-relation), som udtrykker prisudviklingen i økonomien. Denne udvidede model kaldes en AD-AS-model, og den har den fordel i forhold til IS-LM-modellen, at prisniveauet er blevet gjort endogent. Endvidere bevirker den valgte AS-relation, at modellen bliver dynamisk, og vi skal derfor se på, hvorledes dynamiske multiplikatorer kan udregnes.

4.1 En IS-LM model med generelle efterspørgselsfunktioner

Betragt følgende IS-LM-model, hvor de lineære efterspørgselsfunktioner er blevet erstattet med generelle funktionsudtryk:

$$Y = C(Y,t) + \overline{G} + I(r) \quad (51)$$

$$\frac{M}{P} = m(Y,r) \quad (52)$$

$C(\cdot)$, $I(\cdot)$ og $m(\cdot)$ er ikke-specificerede funktioner. Vi vil imidlertid antage, at de er differentiable i alle argumenter. Endvidere vil vi i overensstemmelse med den økonomiske teori fra kursets første del antage: i) at $C(\cdot)$ er (strengt) voksende i Y og (strengt) aftagende i t, dvs $C'_Y > 0$ (hvor C'_Y er den partielle afledte af $C(\cdot)$ med hensyn til Y) og $C'_t < 0$; ii) at $I(\cdot)$ er (strengt) aftagende i r, dvs $I'_r < 0$; iii) at $m(\cdot)$ er (strengt) voksende i Y og (strengt) aftagende i r, dvs $m'_Y > 0$ og $m'_r < 0$; og iv) at $C'_Y < 1$, dvs at en stigning i indkomsten kun omsættes delvist i forbrug.

Funktionsudtrykkene i (51) og (52) er således ikke helt generelle, men vi ønsker, at pålægge dem så få restriktioner som muligt for at opnå størst mulig generalitet af de efterfølgende resultater.

Ligevægten i modellen er stadig defineret som den kombination af r og Y, som simultant tilfredsstiller begge ovenstående ligninger. Men problemet er nu, at vi ikke længere er i stand til at løse eksplicit for Y og r[8]. Men vi siger, at ligevægtsværdierne er givet implicit ved ligningssystemet i (51) og (52). I øvrigt er vi ofte ikke interesserede i at finde ligevægtsværdierne men i at analysere virkningerne på disse af fx en stigning i $\overline{G}$ (ekspansiv finanspolitik). Men hvordan kan vi det, når vi ikke kan løse eksplicit for Y og r? Løsningen er "totaldifferentiation":

4.1.1 Totaldifferentiation

Betragt følgende definition af "det totale differentiale":

Definition 1 *Det totale differentiale af funktionen* $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ *er givet ved:*

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n = f_1' \cdot dx_1 + f_2' \cdot dx_2 + ... + f_n' \cdot dx_n$$

hvor $\frac{\partial f}{\partial x_i} = f_i'$ *er den partielle afledte af* f *med hensyn til* x_i*, og* $dx_1, ..., dx_n$ *er infinitesimale ændringer.*

Hvis vi opfatter x'erne i ovenstående definition som eksogene variable, så fortæller det totale differentiale os, hvorledes den endogene variabel y ændres, når alle de eksogene variable ændres infinitesimalt. Hvis vi i stedet for ønsker at vide, hvorledes y ændres når kun x_1 og x_2 ændres infinitesimalt, så sætter vi blot $dx_3 = dx_4 = ... = dx_n = 0$ i ovenstående udtryk og ender da med:

$$dy = f_1' \cdot dx_1 + f_2' \cdot dx_2 \tag{53}$$

I en naturlig forlængelse af ovenstående definition "totaldifferentierer" vi en ligning ved at tage det totale differentiale af både højre- og venstresiden i ligningen. Totaldifferentiation er et nyttigt redskab, når man skal finde multiplikatorer. Lad os vende tilbage til IS-LM-modellen for at se et eksempel på dette.

[8] Bemærk, at vi ikke længere anvender "*" til at indikere, at der er tale om en ligevægtsværdi, idet dette gerne skulle fremgå af sammenhængen, fx udregnes multiplikatorer altid for ligevægtsværdier.

4.1.2 Multiplikatorer i IS-LM modellen

Den totaldifferentierede udgave af (51) og (52) er således givet ved:

$$
\begin{aligned}
dY &= C'_Y \cdot dY + C'_t \cdot dt + d\overline{G} + I'_r \cdot dr && (54) \\
\frac{1}{P}dM - \frac{M}{P^2}dP &= m'_Y \cdot dY + m'_r \cdot dr && (55)
\end{aligned}
$$

Eftersom vi er interesserede i, hvorledes de endogene variable Y og r påvirkes ved en ændring i $\overline{G}$, så holdes de resterende eksogene variable, t, M, P, $\overline{I}$ og $\overline{C}$ konstante. Dvs vi kan sætte $dt = dM = dP = d\overline{I} = d\overline{C} = 0$. (54) og (55) reducerer da til:

$$
\begin{aligned}
dY &= C'_Y \cdot dY + d\overline{G} + I'_r \cdot dr && (56) \\
0 &= m'_Y \cdot dY + m'_r \cdot dr && (57)
\end{aligned}
$$

Vi kan nu finde multiplikatoren for Y ved at løse ovenstående ligningssytem for $\frac{dY}{d\overline{G}}$. Dette gøres ved at isolere dr i (57) og indsætte udtrykket i (56). Dette giver os:

$$
\begin{aligned}
& dY = C'_Y \cdot dY + d\overline{G} + I'_r \left(-\frac{m'_Y}{m'_r} dY \right) \quad \Leftrightarrow \\
& \left[1 - C'_Y + I'_r \frac{m'_Y}{m'_r} \right] dY = d\overline{G} \quad \Leftrightarrow \\
& \frac{dY}{d\overline{G}} = \frac{1}{1 - C'_Y + I'_r \frac{m'_Y}{m'_r}} > 0 \qquad (58)
\end{aligned}
$$

Som det måske er blevet bemærket, anvender vi hårde d'er fremfor "bløde" ∂'er i notationen for en multiplikator, selvom fx den finanspolitiske multiplikator ovenfor i princippet er den partielle afledte af ligevægtsudtrykket for Y med hensyn til $\overline{G}$. En mere korrekt notation for denne multiplikator ville være:

$$
\left. \frac{dY}{d\overline{G}} \right|_{dt=dM=dP=d\overline{I}=d\overline{C}=0} = \frac{1}{1 - C'_Y + I'_r \frac{m'_Y}{m'_r}} \qquad (59)
$$

for at understrege, at de øvrige eksogene variable er holdt konstante. Men som regel anvender vi blot den kortere notation i (58), og lader det blot være underforstået, at de resterende eksogene variable er holdt konstante.

Ulighedstegnet i (58) følger direkte af de ovenstående antagelser om de partielle afledte. Endvidere ses det, at hvis vi indsætter de partielle afledte svarende til efterspørgselsfunktionerne i den lineære IS-LM-model, dvs hvis vi erstatter C'_Y med $c(1-t)$, I'_r med $-b$, m'_Y med k, og m'_r med $-h$, så får vi den multiplikator, vi fandt i kursets første del.

Multiplikatoren for renten, $\frac{dr}{d\overline{G}}$, findes på tilsvarende vis ved at isolere dY i (57) og indsætte udtrykket i (56):

$$\begin{aligned}
&\left(-\frac{m'_r}{m'_Y}dr\right) = C'_Y \cdot \left(-\frac{m'_r}{m'_Y}dr\right) + d\overline{G} + I'_r dr \qquad \Leftrightarrow \\
&\left[C'_Y\frac{m'_r}{m'_Y} - \frac{m'_r}{m'_Y} - I'_r\right] dr = d\overline{G} \qquad \Leftrightarrow \\
&\frac{dr}{d\overline{G}} = \frac{1}{-\frac{m'_r}{m'_Y}\left(1-C'_Y\right) - I'_r} > 0 \qquad (60)
\end{aligned}$$

Og igen følger ulighedstegnet af antagelserne om de partielle afledte.

4.1.3 Opgave: Pengepolitiske multiplikatorer

1. Find de pengepolitiske multiplikatorer, $\frac{dY}{dM}$ og $\frac{dr}{dM}$, for modellen i (51) og (52).

2. Kan fortegnene på disse multiplikatorer bestemmes entydigt? Sammenlign dem med multiplikatorerne fra den lineære IS-LM-model.

4.1.4 Svar: Pengepolitiske multiplikatorer

1. Totaldifferentieres IS-LM-modellen og sættes $d\overline{G} = d\overline{I} = d\overline{C} = dP = dt = 0$, får vi:

$$dY = C'_Y \cdot dY + I'_r \cdot dr \qquad (61)$$

$$\frac{1}{P}dM = m'_Y \cdot dY + m'_r \cdot dr \qquad (62)$$

Multiplikatorerne fås da ved at eliminere henholdsvis dr og dY:

$$\frac{dY}{dM} = \frac{\frac{I'_r}{m'_r \cdot P}}{1 - C'_Y + I'_r\frac{m'_Y}{m'_r}} > 0 \qquad (63)$$

$$\frac{dr}{dM} = \frac{\frac{1}{P}}{m'_r + \frac{m'_Y \cdot I'_r}{1-C'_Y}} < 0 \qquad (64)$$

2. Igen følger fortegnene entydigt af antagelserne om de partielle afledte. Og ovenstående multiplikatorer ses let at være generaliseringer af de tilsvarende multiplikatorer fra den lineære IS-LM-model.

4.2 En AD-AS model

En iøjenfaldende svaghed ved IS-LM modellen er, at prisniveauet, P, er en eksogen variabel, dvs modellen antager konstante priser. For at råde bod på dette, kan man udvide modellen ved at indføre en ekstra relation, der udtrykker pristilpasningen i økonomien. På denne måde gøres P endogen i modellen. Et eksempel på en sådan ligning er:

$$P = P_{-1} + \varepsilon(Y - \overline{Y}) \tag{65}$$

(65) kan fortolkes som en modellering af arbejdsmarkedet. P_{-1} er prisniveauet i forrige periode, og $\overline{Y}$ er det produktionsniveau, der svarer til fuld beskæftigelse i økonomien. Argumentet bag den positive sammenhæng mellem Y og P i (65) er som følger: Hvis Y overstiger $\overline{Y}$, så vil økonomien være "overophedet", hvilket vil give sig udslag i lønstigninger pga den høje efterspørgsel efter arbejdskraft. Og disse lønstigninger vil igen forårsage prisstigninger, idet producenterne skal have dækket deres lønomkostninger. Med andre ord, når $Y > \overline{Y}$, så vil $P > P_{-1}$.

Sammen med de lineære IS- og LM-relationer giver (65) os en model med 3 ligninger:

$$Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - br \tag{66}$$

$$\frac{M}{P} = k \cdot Y - h \cdot r \tag{67}$$

$$P = P_{-1} + \varepsilon(Y - \overline{Y}) \tag{68}$$

og 3 endogene variable: Y, r og P.

I princippet kan vi som i IS-LM-modellen finde ligevægten i økonomien ved at løse de tre ligninger med hensyn til de tre endogene variable. Men i stedet for at arbejde med tre ligninger, så vælger vi ofte at eliminere r fra modellen ved at indsætte (67) i (66):

$$Y = \overline{C} + c(1-t)Y + \overline{G} + \overline{I} - b\left[\frac{k}{h}Y - \frac{M}{hP}\right] \quad \Leftrightarrow$$

$$\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right] Y = \overline{C} + \overline{G} + \overline{I} + \frac{bM}{hP} \quad \Leftrightarrow$$

$$P = \frac{\frac{b}{h}M}{\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right] Y - \overline{C} - \overline{G} - \overline{I}} \quad \Leftrightarrow \tag{69}$$

På denne måde får vi en model med to ligninger: Fra (65) får vi en AS-kurve, og fra (69) får vi en AD-kurve:

$$
\begin{aligned}
AS \quad &: \qquad P = P_{-1} + \varepsilon(Y - \overline{Y}) && (70) \\
AD \quad &: \qquad P = \frac{\frac{b}{h}M}{\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right] Y - \overline{C} - \overline{G} - \overline{I}} && (71)
\end{aligned}
$$

De to endogene variable i (70) og (71) er Y og P. Vi kan derfor løse disse to ligninger for ligevægtsværdierne af Y og P[9]. Men eftersom P optræder i nævneren i (71), vil vi ende op med en andengradsligning, når vi forsøger at løse analytisk for Y. Dette ses ved at sætte de to ovenstående udtryk lig hinanden:

$$
P_{-1} + \varepsilon(Y - \overline{Y}) = \frac{\frac{b}{h}M}{\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right] Y - \overline{C} - \overline{G} - \overline{I}} \qquad \Leftrightarrow \tag{72}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left[\varepsilon\left(1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right)\right] Y^2 + \\
&\left[\left(P_{-1} - \varepsilon\overline{Y}\right)\left(1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right) - \varepsilon\left(\overline{C} + \overline{G} + \overline{I}\right)\right] Y + \\
&\left[\left(\varepsilon\overline{Y} - P_{-1}\right)\left(\overline{C} + \overline{G} + \overline{I}\right) - \frac{b}{h}M\right] = 0 \qquad \Leftrightarrow
\end{aligned} \tag{73}
$$

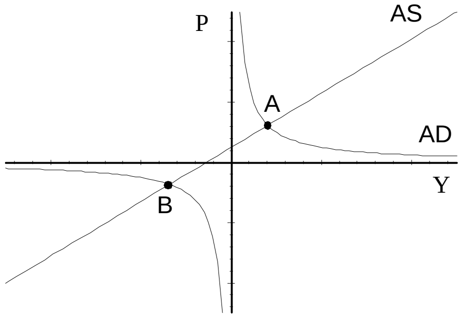
Andengradsligningen i (73) har følgende to rødder (efter nogle omskrivninger):

$$
\begin{aligned}
Y = \quad & \frac{-\left[P_{-1} - \varepsilon\overline{Y}\right]\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right] + \varepsilon\overline{A}}{2\varepsilon\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right]} \pm \\
& \frac{\sqrt{\left(\left[P_{-1} - \varepsilon\overline{Y}\right]\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right] + \varepsilon\overline{A}\right)^2 + 4\varepsilon\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right]\frac{b}{h}M}}{2\varepsilon\left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right]}
\end{aligned} \tag{74}
$$

hvor $\overline{A} = \overline{C} + \overline{G} + \overline{I}$.

Umiddelbart får vi derfor to løsninger for Y. Grafisk svarer det til, at der er to skæringspunkter mellem (70) og (71). Dette skyldes, at udtrykket for AD-kurven, (71), giver anledning til en hyperbel:

[9] Og givet ligevægtsværdierne af Y og P, kan ligevægtsværdien af r findes ved indsættelse i (66) eller (67).



Den største af de to løsninger for Y er derfor vores ligevægtsværdi, og vi kan da finde den tilhørende ligevægtsværdi for P ved indsættelse i (70) eller (71). Disse ligevægtsudtryk kan derefter anvendes til at udregne de finans- og pengepolitiske multiplikatorer. Vi vil dog her begrænse os til den finanspolitiske multiplikator for Y:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{d\overline{G}} &= \frac{1}{2\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]} + \\ & \frac{\left[P_{-1}-\varepsilon\overline{Y}\right]\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]+\varepsilon\overline{A}}{2\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]\left[\left(\left[P_{-1}-\varepsilon\overline{Y}\right]\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]+\varepsilon\overline{A}\right)^2+4\varepsilon\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]\frac{b}{h}M\right]^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \tag{75}$$

Bemærk, at hvis vi sætter $\varepsilon = 0$, så reducerer (75) til:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{d\overline{G}} &= \frac{1+\left[\left([P_{-1}]\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\left[\left([P_{-1}]\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]\right)\right]}{2\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]} \\ &= \frac{1+1}{2\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]} = \frac{1}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}} \end{aligned} \tag{76}$$

hvilket er den (velkendte) finanspolitiske multiplikator fra IS-LM-modellen. Resultatet skyldes, at når $\varepsilon = 0$, så svarer det til, at der ikke er nogen effekt på P af stigninger i Y, jf (70).

Hvis vi ikke er interesserede i udtrykkene for ligevægtsværdiene af Y, P og r, men blot i multiplikatorerne, så kan vi i stedet for anvende totaldifferentiation direkte på modellen i (66)-(68). Ved at totaldifferentiere (66)-(68) og samtidig sætte $dt = dM = dP_{-1} = d\overline{C} = d\overline{I} = d\overline{Y} = 0$ får vi:

$$dY = c(1-t)dY + d\overline{G} - bdr \tag{77}$$

$$-\frac{M}{P^2}dP = kdY - hdr \tag{78}$$

$$dP = \varepsilon dY \tag{79}$$

Dette system kan let løses for den finanspolitiske multiplikator, $\frac{dY}{d\overline{G}}$. Først elimineres dP, hvilket giver os:

$$\begin{aligned} [1-c(1-t)]\,dY &= d\overline{G} - bdr && (80) \\ -\frac{M}{P^2}\varepsilon dY &= kdY - hdr && (81) \end{aligned}$$

Og dernæst elimineres dr, så vi ender med:

$$\begin{aligned} -\frac{M}{P^2}\varepsilon dY &= kdY + \frac{h}{b}[1-c(1-t)]\,dY - \frac{h}{b}d\overline{G} \quad \Leftrightarrow \\ \frac{h}{b}d\overline{G} &= \left[\frac{h}{b}[1-c(1-t)] + \varepsilon\frac{M}{P^2} + k\right] dY \quad \Leftrightarrow \\ \frac{dY}{d\overline{G}} &= \frac{1}{[1-c(1-t)] + \varepsilon\frac{b}{h}\frac{M}{P^2} + \frac{bk}{h}} > 0 && (82) \end{aligned}$$

Problemet og fordelen ved denne multiplikator i forhold til (75) er, at P nu indgår. Hvis vi udregner ligevægtsudtrykket for P og indsætter dette i (82), så får vi multiplikatoren fra (75). Men ved at have P stående direkte i multiplikatoren bliver den mere overskuelig, og den bliver nemmere at sammenligne med den finanspolitiske multiplikator fra IS-LM-modellen. På den anden side kunne det være ønskværdigt at have multiplikatoren udtrykt alene ved de eksogene variable, som i (75). Den enkelte må derfor gøre, som han/hun foretrækker.

Hvis vi sammenligner (82) med den finanspolitiske multiplikator fra IS-LM-modellen, så ses det umiddelbart, at (82) må være den mindste af de to, idet den indeholder et ekstra positivt led, $\varepsilon\frac{b}{h}\frac{M}{P^2}$, i nævneren. Den økonomiske intuition bag dette er, at når Y vokser, vil vi nu som en ekstra effekt observere en prisstigning. Denne prisstigning får den reale pengemængde, $\frac{M}{P}$, til at falde, hvilket giver uligevægt på pengemarkedet og en efterfølgende rentestigning. Dermed får vi et fald i investeringerne, som bevirker, at den samlede positive effekt på Y bliver mindre.

Vi kan altså hurtigt få gjort modellen betragteligt mere kompliceret, set fra et analytisk synspunkt, ved blot at indføre en tredje, forholdsvis enkel, relation.

4.3 Dynamiske multiplikatorer

Ved at indføre en AS-relation, hvor prisniveauet i forrige periode, P_{-1}, indgår, har vi samtidig fået gjort modellen dynamisk. Det skyldes, at variablen P_{-1}, som er eksogen i denne periode, var endogen i forrige periode. Dvs hvis vi laver fx en finanspolitisk ændring i indeværende periode, som påvirker den endogene variabel P, så påvirker vi samtidig næste periodes eksogene variabel P_{-1} og derigennem de endogene variable i næste periode osv. En ændring i $\overline{G}$ i indeværende periode vil således influere på Y og P, både nu og i (alle) fremtidige perioder.

For at kunne skelne mellem de forskellige perioders variable indfører vi fodtegn på alle variable. Således betegner $\overline{G}_t$ den offentlige efterspørgsel i periode t, medens Y_{t+1} er produktionen i periode $t+1$. Vores model med fodtegn kommer da til at se ud på følgende vis for periode t, hvor P_{t-1} altså er en eksogen variabel, og P_t, Y_t og r_t er endogene:

$$\begin{aligned} Y_t &= \overline{C}_t + c(1-t)Y_t + \overline{G}_t + \overline{I}_t - br_t && (83) \\ M_t - P_t &= kY_t - hr_t && (84) \\ P_t &= P_{t-1} + \varepsilon(Y_t - \overline{Y}) && (85) \end{aligned}$$

Bemærk, at vi har ændret LM-relationen en smule. Ved at anvende dette nye udtryk for LM, bliver det betragteligt nemmere at løse for ligevægten. Og modellens kvalitative egenskaber er stadig de samme. Vi kan tænke på M og P som logaritmerne til pengemængden og prisniveauet henholdsvis. Da udtrykker $M-P$ stadig (logaritmen til) den reale pengemængde. Modellen for periode $t+1$ findes da ved at fremskrive alle variable en periode, dvs lægge 1 til alle fodtegn:

$$\begin{aligned} Y_{t+1} &= \overline{C}_{t+1} + c(1-t)Y_{t+1} + \overline{G}_{t+1} + \overline{I}_{t+1} - br_{t+1} && (86) \\ M_{t+1} - P_{t+1} &= kY_{t+1} - hr_{t+1} && (87) \\ P_{t+1} &= P_t + \varepsilon(Y_{t+1} - \overline{Y}) && (88) \end{aligned}$$

I periode $t+1$ er P_t eksogen, medens P_{t+1}, Y_{t+1} og r_{t+1} er endogene.

Ligevægten for periode t findes nu ved at løse (83), (84) og (85) med hensyn til Y_t, r_t og P_t. Dette giver os følgende ligevægtsudtryk for periode t:

$$\begin{aligned} Y_t &= \frac{\overline{C}_t + \overline{G}_t + \overline{I}_t + \frac{b}{h}\left(M_t + \varepsilon\overline{Y} - P_{t-1}\right)}{1 - c(1-t) + \frac{b}{h}(k+\varepsilon)} && (89) \\ r_t &= \frac{(k+\varepsilon)(\overline{C}_t + \overline{G}_t + \overline{I}_t) - [1 - c(1-t)]\,(M_t + \varepsilon\overline{Y} - P_{t-1})}{\left[1 - c(1-t) + \frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right] h} && (90) \\ P_t &= \frac{\varepsilon\left(\overline{C}_t + \overline{G}_t + \overline{I}_t\right) + \frac{\varepsilon b}{h}M_t + \left[1 - c(1-t) + \frac{bk}{h}\right]\left(P_{t-1} - \varepsilon\overline{Y}\right)}{1 - c(1-t) + \frac{b}{h}(k+\varepsilon)} && (91) \end{aligned}$$

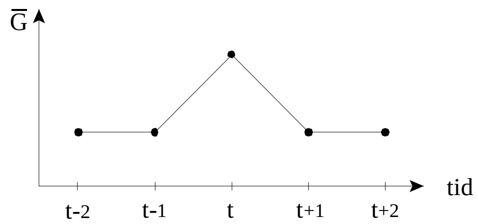
Og for periode $t+1$ er ligevægtsudtrykkene helt analoge, blot fremskrives alle variable en periode (alternativt løses (86)-(88) for Y_{t+1}, r_{t+1} og P_{t+1}):

$$Y_{t+1} = \frac{\overline{C}_{t+1}+\overline{G}_{t+1}+\overline{I}_{t+1}+\frac{b}{h}\left(M_{t+1}+\varepsilon\overline{Y}-P_t\right)}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \tag{92}$$

$$r_{t+1} = \frac{(k+\varepsilon)(\overline{C}_{t+1}+\overline{G}_{t+1}+\overline{I}_{t+1})-\left[1-c(1-t)\right]\left(M_{t+1}+\varepsilon\overline{Y}-P_t\right)}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]h} \tag{93}$$

$$P_{t+1} = \frac{\varepsilon\left(\overline{C}_{t+1}+\overline{G}_{t+1}+\overline{I}_{t+1}\right)+\frac{\varepsilon b}{h}M_{t+1}+\left[1-c(1-t)+\frac{bk}{h}\right]\left(P_t-\varepsilon\overline{Y}\right)}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \tag{94}$$

Lad os nu forestille os en situation, hvor der føres ekspansiv finanspolitik i periode t. Dvs $\overline{G}$ øges i periode t men vender i periode $t+1$ tilbage til niveauet fra periode $t-1$. Forløbet af $\overline{G}$ kan illustreres på følgende vis:



Alle andre eksogene variable er konstante i alle de betragtede perioder.

Vi beregner effekterne af stigningen i $\overline{G}_t$ ved at finde de "dynamiske multiplikatorer". Fx udtrykker den dynamiske multiplikator $\frac{dY_{t+1}}{d\overline{G}_t}$, virkningen på Y i periode $t+1$ af en ændring i $\overline{G}$ i periode t. Lad os imidlertid starte med at finde virkningen på Y_t og P_t af forøgelsen i $\overline{G}_t$, dvs vi udregner $\frac{dY_t}{d\overline{G}_t}$ og $\frac{dP_t}{d\overline{G}_t}$. Dette gøres på samme måde som tidligere ved at differentiere (89) og (91) med hensyn til $\overline{G}_t$:

$$\frac{dY_t}{d\overline{G}_t} = \frac{1}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} > 0 \tag{95}$$

$$\frac{dP_t}{d\overline{G}_t} = \frac{\varepsilon}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} > 0 \tag{96}$$

Disse effekter svarer helt til dem vi fandt ovenfor, hvor vi anvendte den "oprindelige" LM-kurve. Den ekspansive finanspolitik får både produktion og priser til at stige i samme periode.

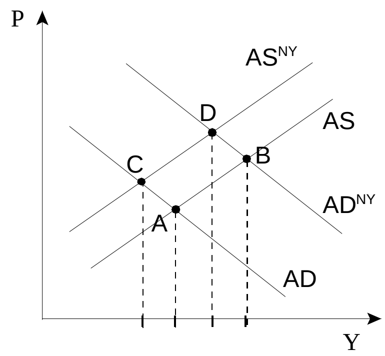
Men nu ønsker vi endvidere at analysere, hvorledes produktionen påvirkes i næste periode. Betragt derfor ligevægtsudtrykket for Y_{t+1} i (92). Eftersom

$\overline{G}_{t+1}$ ikke ændres i forhold til dens oprindelige niveau (jf figuren ovenfor), så er der kun én af de eksogene variable på højresiden i (92), som ændres som følge af stigningen i $\overline{G}_t$, nemlig P_t. Dvs virkningen fra $\overline{G}_t$ på Y_{t+1} går via P_t. Vi kan derfor finde multiplikatoren $\frac{dY_{t+1}}{d\overline{G}_t}$ ved at differentiere (92) med hensyn til $\overline{G}_t$ og anvende kædereglen for differentiation:

$$\begin{aligned} \frac{dY_{t+1}}{d\overline{G}_t} &= \frac{dY_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{d\overline{G}_t} = \frac{-\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \cdot \frac{dP_t}{d\overline{G}_t} \\ &= \frac{-\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \cdot \frac{\varepsilon}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} < 0 \quad (97) \end{aligned}$$

Hvor $\frac{dP_t}{d\overline{G}_t}$, periode t multiplikatoren for P_t, fås fra ligevægtsudtrykket for P_t i (91).

Vi observerer, at Y_{t+1} påvirkes negativt af den ekspansive finanspolitik i periode t. Den økonomiske intuition bag dette resultat forstås måske bedst ved at betragte følgende diagram, hvor AD-kurven og AS-kurven er tegnet ind:



Husk på, at vi får AD-kurven fra IS- og LM-relationerne ved at eliminere r. For periode t er den givet ved:

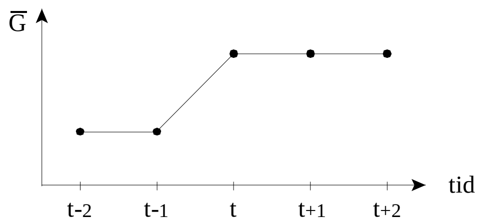
$$[1-c(1-t)]\,Y_t = \overline{C}_t + \overline{G}_t + \overline{I}_t - b\left[\frac{k}{h}Y_t - \frac{M_t}{h} + \frac{P_t}{h}\right] \quad \Leftrightarrow \quad (98)$$

$$P_t = M_t + \frac{h}{b}\left[\overline{C}_t + \overline{G}_t + \overline{I}_t\right] - \frac{h}{b}\left[1-c(1-t)+\frac{kb}{h}\right]Y_t \quad (99)$$

Initialt befinder økonomien sig i punkt A, hvor $Y = \overline{Y}$. Dvs vi er initialt i en stabil ligevægtssituation, hvor priserne er konstante, idet $Y = \overline{Y}$ implicerer, at $P = P_{-1}$. Når vi fører en ekspansiv finanspolitik i periode t ($\overline{G}_t$ stiger), så skydes AD-kurven opad, jf (99). Det giver os en ligevægt i periode

t i punktet B, hvor både Y_t og P_t er steget i forhold til udgangssituationen. I næste periode vender $\overline{G}$ tilbage til sit oprindelige niveau, dvs AD-kurven skydes tilbage. Men fordi vi observerede en prisstigning i periode t, så vil AS-kurven nu blive forskudt i periode $t+1$, idet dens konstantled afhænger af forrige periodes prisniveau. Derfor får vi en ligevægt i periode $t+1$ i punktet C, hvor Y er faldet i forhold til udgangssituationen.

Lad os i stedet betragte en permanent ekspansiv finanspolitik, dvs en situation, hvor $\overline{G}$ forøges i periode t samt i alle fremtidige perioder (jf tegning nedenfor). I dette tilfælde vil AD-kurven ikke forskydes tilbage i periode $t+1$, og ligevægten i denne periode vil da være punktet D, hvor Y er faldet i forhold til periode t, men stadig overstiger den initiale værdi af Y i punkt A (forudsat at forskydningen af AS-kurven ikke er for kraftig i forhold til forskydningen af AD-kurven).



I dette tilfælde vil multiplikatoren $\frac{dY_{t+1}}{d\overline{G}_t}$ indeholde et ekstra led i forhold til (97), nemlig den direkte effekt på Y_{t+1} af stigningen i $\overline{G}_{t+1}$. Den samlede multiplikator kan derfor skrives:

$$\begin{aligned}\frac{dY_{t+1}}{d\overline{G}_t} &= \frac{dY_{t+1}}{d\overline{G}_{t+1}}\frac{d\overline{G}_{t+1}}{d\overline{G}_t} + \frac{dY_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{d\overline{G}_t} \\ &= \frac{1}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \cdot 1 + \\ & \quad \frac{-\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \cdot \frac{\varepsilon}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \lesseqgtr 0 \qquad (100)\end{aligned}$$

Hvor første led er den direkte effekt, og andet led er den indirekte effekt via P_{-1}, som vi analyserede ovenfor. Fortegnet på denne multiplikator vil som nævnt afhænge af de relative forskydninger af AS- og AD-kurverne.

4.3.1 Opgaver: Dynamiske multiplikatorer

1. Find $\frac{dP_{t+1}}{d\overline{G}_t}$ for begge typer af ekspansiv finanspolitik. Forklar forskellen på de to multiplikatorer.

2. Bestem $\frac{dY_{t+2}}{d\overline{G}_t}$ for begge typer af ekspansiv finanspolitik.

3. Bestem de pengepolitiske multiplikatorer $\frac{dY_t}{dM_t}$ og $\frac{dP_t}{dM_t}$.
4. Find $\frac{dY_{t+1}}{dM_t}$ og $\frac{dP_{t+1}}{dM_t}$ ved en midlertidig stigning i pengemængden i periode t (dvs pengemængden returnerer til sit oprindelige niveau i periode $t+1$).
5. Find $\frac{dY_{t+1}}{dM_t}$ og $\frac{dP_{t+1}}{dM_t}$ ved en permanent stigning i pengemængden. Sammenlign med multiplikatorerne fra forrige spørgsmål.
6. Analyser hvad der sker med ligevægten i økonomien på længere sigt for hvert af de to tilfælde af ekspansiv finanspolitik.

4.3.2 Svar: Dynamiske multiplikatorer

1. Ved en midlertidig ekspansiv finanspolitik:

$$\begin{aligned}\frac{dP_{t+1}}{d\overline{G}_t} &= \frac{dP_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{d\overline{G}_t} \\ &= \frac{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)}\cdot\frac{\varepsilon}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \\ &= \frac{\varepsilon\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2}>0 \qquad (101)\end{aligned}$$

Og ved en permanent:

$$\begin{aligned}\frac{dP_{t+1}}{d\overline{G}_t} &= \frac{dP_{t+1}}{d\overline{G}_{t+1}}\frac{d\overline{G}_{t+1}}{d\overline{G}_t}+\frac{dP_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{d\overline{G}_t} \qquad (102) \\ &= \frac{\varepsilon}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)}+\frac{\varepsilon\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2}>0\end{aligned}$$

Bemærk at (102) er større end (101). Sammenlign punkt C og D i figuren ovenfor. Der er en ekstra effekt på priserne af den "mere" ekspansive politik i tilfældet med en permanent forøgelse af G.

2. Ved en midlertidig ekspansiv finanspolitik fås:

$$\begin{aligned}\frac{dY_{t+2}}{d\overline{G}_t} &= \frac{dY_{t+2}}{dP_{t+1}}\frac{dP_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{d\overline{G}_t}=\frac{dY_{t+2}}{dP_{t+1}}\frac{dP_{t+1}}{d\overline{G}_t} \\ &= \frac{-\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)}\cdot\frac{\varepsilon\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2} \\ &= \frac{-\varepsilon\frac{b}{h}\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^3}<0 \qquad (103)\end{aligned}$$

Og ved en permanent:

$$\begin{aligned}
\frac{dY_{t+2}}{d\overline{G}_t} &= \frac{dY_{t+2}}{d\overline{G}_{t+2}}\frac{d\overline{G}_{t+2}}{d\overline{G}_t} + \frac{dY_{t+2}}{dP_{t+1}}\frac{dP_{t+1}}{d\overline{G}_{t+1}}\frac{d\overline{G}_{t+1}}{d\overline{G}_t} + \frac{dY_{t+2}}{dP_{t+1}}\frac{dP_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{d\overline{G}_t} \\
&= \frac{1}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} + \\
&\quad \frac{-\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \cdot \frac{\varepsilon}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} + \\
&\quad \frac{-\varepsilon\frac{b}{h}\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^3} \\
&= \frac{1}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} + \frac{-\varepsilon\frac{b}{h}}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2} + \\
&\quad \frac{-\varepsilon\frac{b}{h}\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^3} \lesseqgtr 0 \qquad (104)
\end{aligned}$$

3. Multiplikatorerne bliver:

$$\frac{dY_t}{dM_t} = \frac{\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} > 0 \qquad (105)$$

$$\frac{dP_t}{dM_t} = \frac{\frac{\varepsilon b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} > 0 \qquad (106)$$

4. Ved en midlertidig stigning i pengemængden:

$$\begin{aligned}
\frac{dY_{t+1}}{dM_t} &= \frac{dY_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{dM_t} \\
&= \frac{-\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \cdot \frac{\frac{\varepsilon b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \\
&= \frac{-\varepsilon\frac{b^2}{h^2}}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2} < 0 \qquad (107) \\
\frac{dP_{t+1}}{dM_t} &= \frac{dP_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{dM_t} \\
&= \frac{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \cdot \frac{\frac{\varepsilon b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} \\
&= \frac{\frac{\varepsilon b}{h}\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2} > 0 \qquad (108)
\end{aligned}$$

5. Ved en permanent stigning i pengemængden:

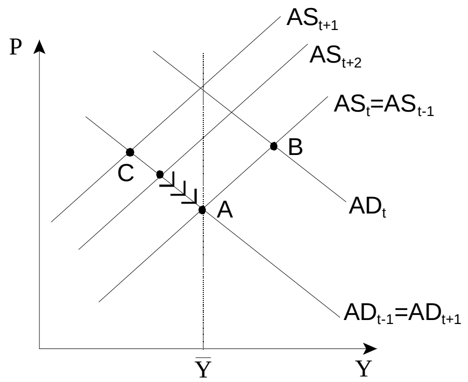
$$\frac{dY_{t+1}}{dM_t} = \frac{dY_{t+1}}{dM_{t+1}}\frac{dM_{t+1}}{dM_t} + \frac{dY_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{dM_t} \tag{109}$$

$$= \frac{\frac{b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} + \frac{-\varepsilon\frac{b^2}{h^2}}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2} \lesseqgtr 0$$

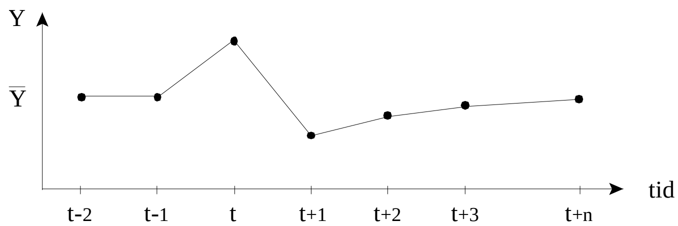
$$\frac{dP_{t+1}}{dM_t} = \frac{dP_{t+1}}{dM_{t+1}}\frac{dM_{t+1}}{dM_t} + \frac{dP_{t+1}}{dP_t}\frac{dP_t}{dM_t} \tag{110}$$

$$= \frac{\frac{\varepsilon b}{h}}{1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)} + \frac{\frac{\varepsilon b}{h}\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}k\right]}{\left[1-c(1-t)+\frac{b}{h}(k+\varepsilon)\right]^2} > 0$$

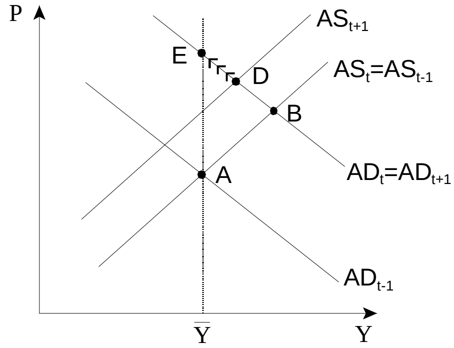
6. Ved en midlertidig ekspansiv finanspolitik kan den langsigtede udvikling illustreres på følgende måde:



I punktet C: $Y < \overline{Y} \Rightarrow P < P_{-1} \Rightarrow$ AS-kurven skydes nedad. Der vil ske en gradvis tilbagevenden til punkt A. Forløbet af Y kan illustreres på følgende vis:



Ved en permanent ekspansiv finanspolitik bliver billedet:



AD-kurven forbliver forskudt, og økonomien vil på sigt ende i punkt E.