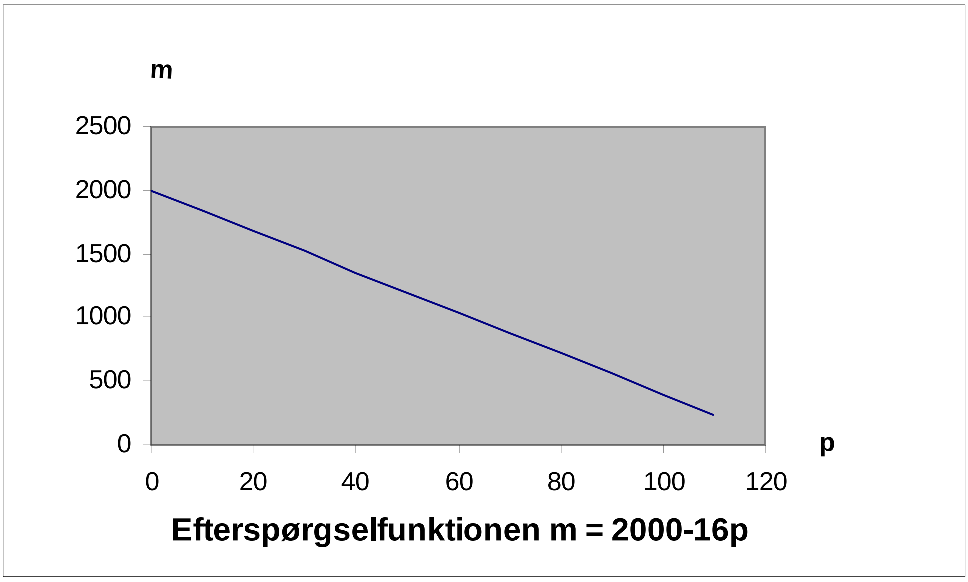
MODEL FOR EN VIRKSOMHED

Virksomheden ønsker at maksimere sit overskud. Produktionen tilrettelægges for en uge ad gangen og der produceres det antal enheder , der kan afsættes.

Overskud = Indtægter – Omkostninger.

INDTÆGTER

Afsætningen er afhængig af stykprisen. Denne sammenhæng kan udtrykkes ved en *efterspørgselsfunktion* som angiver den mængde varer som virksomhedens kunder efterspørger- og dermed den mængde som virksomheden kan sælge- som funktion af prisen.
Denne sammenhæng er ikke altid lineær men lad os antage at der gælder $m = 2000 - 16p$
Hvor p angiver den pris virksomheden kan få for sine varer og m angiver antallet af enheder.

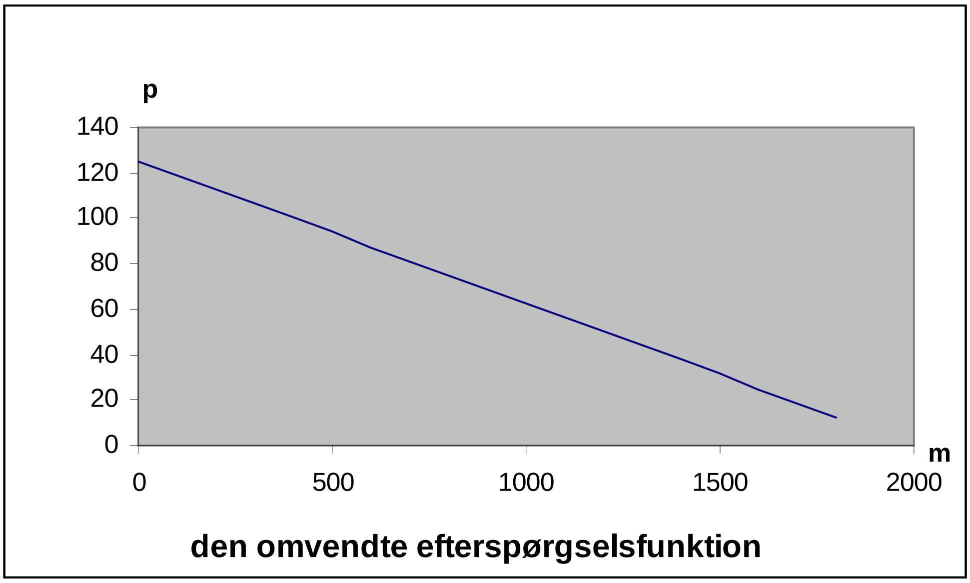


Ex: p = 100 kr da efterspørges 400 enheder
p = 50 kr da efterspørges 1200 enheder

For virksomheden er det hensigtsmæssigt at kende prisen som funktion af efterspørgslen.
Vi isolerer derfor p

$$m = 2000 - 16p \quad \Leftrightarrow \quad p = 125 - \tfrac{1}{16}m$$

Denne funktion kaldes *den omvendte efterspørgselsfunktion.*



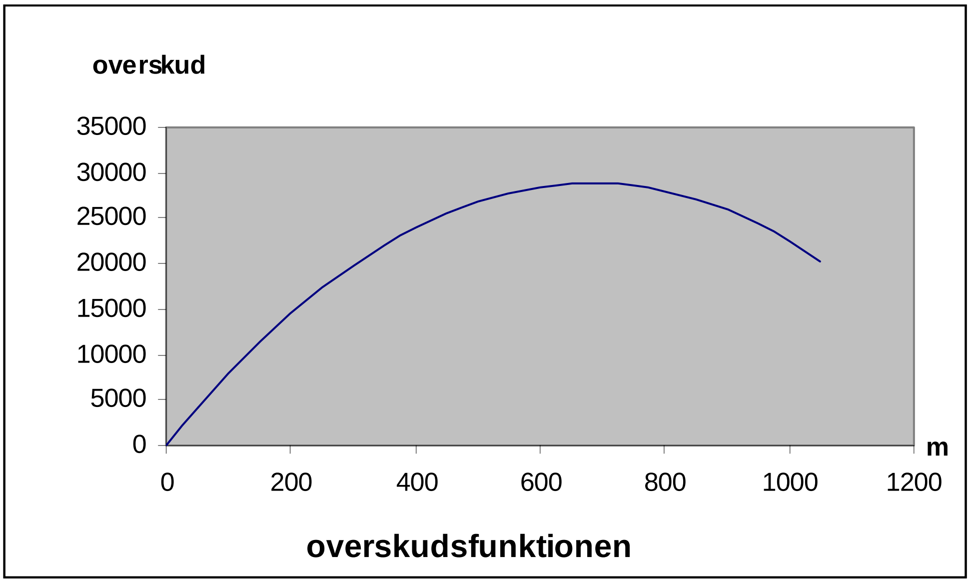
Virksomhedens indtægter kan nu beregnes som den producerede mængde *m* ganget med prisen *p* ved denne mængde

Indtægter = $m \cdot p = m(125 - \frac{1}{16}m)$

Lad os antage at omkostningerne ved produktionen er lig med det producerede antal enheder ganget med *stykomkostningerne* (omkostninger ved produktion af en enhed). Stykomkostningerne kan i dette eksempel sættes til 40 kr.
Omkostningerne *s* er da givet ved $s(m) = 40\,m$

Vi kan nu opskrive et udtryk for overskuddet *o*

$$o(m) = m(125 - \tfrac{1}{16}m) - 40m = 85m - \tfrac{1}{16}m^2$$



For at virksomheden kan få det størst mulige udbytte skal denne funktion maksimeres.
Da funktionen er et andengradspolynomium vil størsteværdien antages i den tilhørende parabels toppunkt. Dette beregnes til m = 680
Den ugentlige produktion bør altså fastsættes til 680 enheder hvilket giver et overskud på $o(680)=28900$.
I tilfælde hvor overskudsfunktionen er mere kompliceret benyttes differentialregning til optimeringen.
I vort tilfælde fås : $o'(m) = 85 - \frac{2}{16}m = 0 \Leftrightarrow m = 680$
En fortegnsundersøgelse godtgør at der er tale om et maksimum.

Hvordan bestemmes *efterspørgselsfunktionen* ?
Firmaet kan lave en markedsundersøgelse og får herved repræsentative data , der angiver sammenhængen mellem pris og efterspørgsel. De sammenhørende værdier kan afbildes i et koordinatsystem og forskriften bestemmes ved en regression. Firmaet har nu en brugbar approksimation til efterspørgselsfunktionen. Funktionen behøver selvfølgelig ikke være lineær.
Formelt kan vi skrive efterspørgselsfunktionen og dens centrale egenskaber som

$$m(p) \quad \text{hvor} \quad m'(p) < 0 \qquad (p>0 \text{ og } m>0)$$

hvor differentialkvotienten angiver hvorledes den efterspurgte mængde ændres når prisen ændres.
Det fremgår at *m* er en aftagende funktion (jo højere pris jo mindre salg)

Hvilke konsekvenser har det for virksomheden hvis der indføres begrænsninger på kapacitet og pris?

2) Antag at den ugentlige produktion maksimalt kan være 500 enheder. Hvad er den optimale produktionsstørrelse?

der gælder altså $0 \le m \le 500$

Fra tidligere har vi $o'(m) = 85 - \frac{1}{8}m = 0 \Leftrightarrow m = 680$

m		0		500	
o'	///////////	+++	++++		//////////////

Da m er voksende i hele intervallet fås størst overskud for m =500

$m(500)$ = 26875

$m(680)$ = 28900

Altså et tab for virksomheden på 2025 kr.

2) Antag lovgivningen angiver en maks.pris på 70 kr. Hvilke konsekvenser får det for virksomheden?

$0 < p \le 70 \qquad m(70) = 2000 - 16 \cdot 70 = 880$

$0 < p = 125 - \frac{1}{16}m \le 70 \Leftrightarrow m \ge 880$

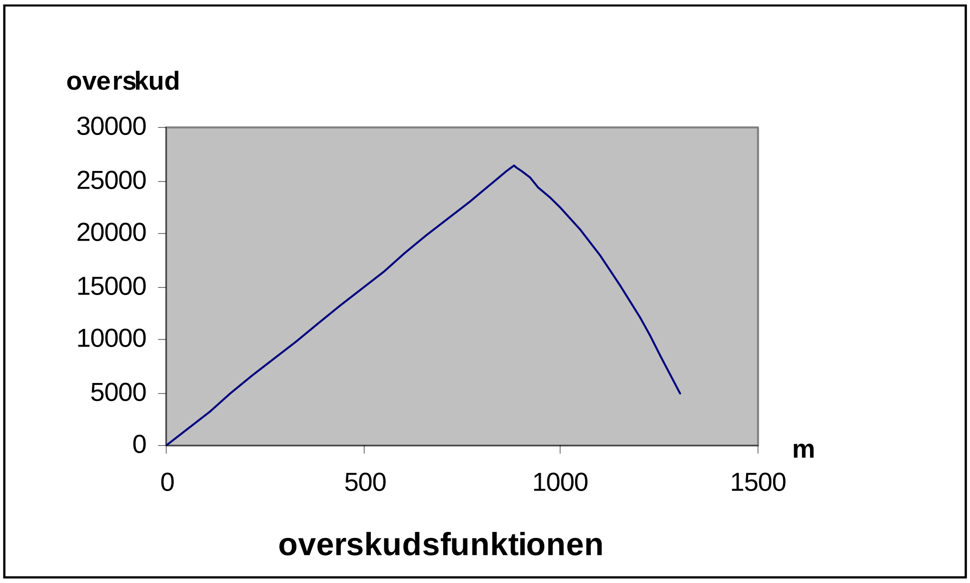
dvs $p = \begin{cases} 70 & 0 \le m \le 880 \\ 125 - \frac{1}{16}m & m > 880 \end{cases}$

$$o(m) = \begin{cases} 70m - 40m = 30m & 0 < m < 880 \\ 85m - \frac{1}{16}m^2 & m \ge 880 \end{cases}$$

$$o'(m) = \begin{cases} 30 & 0 < m < 880 \\ 85 - \frac{1}{8}m & m > 880 \end{cases}$$

$o'(m) = 0 \Leftrightarrow 85 = \frac{1}{8}m \Leftrightarrow m = 680$

m	0		680		880	
o'	//////	+ +	+	+	+ |	– – –
o		stigende				aftagende



Maksimalt overskud for $m = 880$ $\quad o(880) = 26400$
Overskuddet mindskes altså med 28900-26400 = 2500

3) Hvor stor skulle produktionen være hvis maksprisen var 35 kr.?

$$125 - \tfrac{1}{16}m \le 35 \Leftrightarrow m \ge 1440$$

$$o(m) = 35m - 40m = -5m$$

Overskuddet er altså altid negativt derfor ingen produktion.

Hvilken rolle spiller *stykomkostningerne* for produktionen?

s = stykomkostning (omkostning/enhed)

$$o(m) = m \cdot p - m \cdot s = m(125 - \tfrac{1}{16}m) - ms$$

$$o'(m) = 125 - \tfrac{1}{8}m - s = 0 \Leftrightarrow m = \begin{cases} 1000 - 8s & 0 \le s \le 125 \\ 0 & s > 125 \end{cases}$$

$$m'(s) = \begin{cases} -8 & 0 < s < 125 \\ 0 & s > 125 \end{cases}$$

Differentialkvotienten viser at stigende stykomkostninger medfører aftagende optimal produktions-størrelse.

Lad os til sidst se på ,hvordan modellen for en virksomhed kan anvendes til at analysere virkninger af forskellige indgreb fra det offentliges side. Specifikt kan vi undersøge hvorledes virksomhedens adfærd påvirkes af henholdsvis en skat på overskuddet (selskabsskat) og en moms.

Lad os igen antage , at $m(p)=2000-16p$ og $s(m)=40m$

Overskudsfunktionen er da igen givet ved

$$o(m) = m(125 - \tfrac{1}{16}m) - 40m$$

En skat på overskuddet svarer til, at virksomheden skal betale en fast procentdel, f.eks 34%, af overskuddet i skat. Overskuddet efter skat (nettooverskuddet) er derfor givet ved

$$no(m) = 0.66 \cdot o(m)$$

Det ses umiddelbart, at den værdi af m , som maksimerer bruttooverskuddet, $o(m)$,må være den samme som den, der maksimerer nettooverskuddet, $no(m)$. En overskudsskat vil derfor ikke påvirke virksomhedens adfærd- kun dens overskud.

Lad os nu se på effekten af en moms på 25%. Den pris, forbrugeren betaler er prisen inklusive moms, hvorimod den pris, virksomheden modtager for varen, er prisen eksklusive moms. Forbrugeren betaler derfor $1.25 \cdot p$, når virksomheden modtager p. da efterspørgslen afhænger af den pris, som forbrugeren skal betale, er det $1.25 \cdot p$ der skal indsættes på p's plads i efterspørg-selsfunktionen.

Vi får altså

$$m(p) = 2000 - 1.25 \cdot p \cdot 16$$

Den omvendte efterspørgselsfunktion er nu givet ved :

$$p(m) = 100 - \tfrac{1}{20} m$$

Virksomhedens overskudsfunktion kan derfor skrives som:

$$o(m) = m(100 - \tfrac{1}{20} m) - 40m$$
$$= -\tfrac{1}{20} m^2 + 60m$$

Den optimale produktionsstørrelse findes som tidligere ved at finde nulpunkter for $o'(m)$:

$$o'(m) = \quad -\tfrac{2}{20}\mathrm{m} + 60 = 0 \qquad \Leftrightarrow \quad m = 600$$

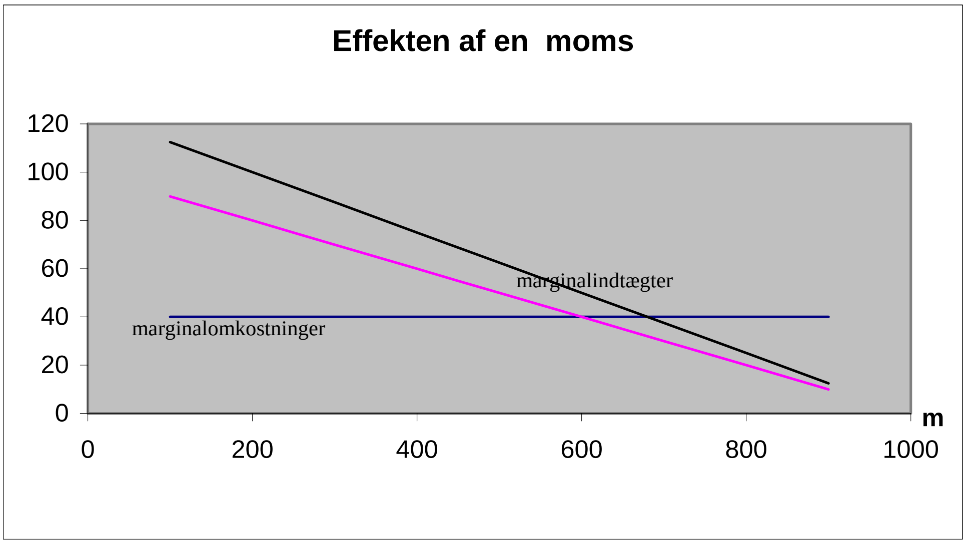
Fortegnsvariationen bliver så :

m	0	600	→
o'(m)//////	+ + + +	*0*	- - - -
o(m)	*voksende*	*max*	*aftagende*

De optimale værdier kan derefter sammenfattes i følgende tabel , hvor S= 0.25 · *p(m)* · *m* er skatteindtægterne fra momsen. :

	m	*p*	*p* + moms	*o*	*S*
Uden moms	680	82.5	82.5	28900	0
Med moms	600	70	87.5	18000	10500

Den pris, som forbrugeren vil betale (prisen inklusive moms), afhænger kun af den mængde, der sælges Når der pålægges en moms, vil den pris, virksomheden modtager (prisen eksklusive moms) ved salg af en given mængde, derfor reduceres . Det påvirker virksomhedens marginalindtægter negativt. Hvis den vælger at sælge en ekstra enhed, får den nu kun den lave pris eksklusive moms, hvor den før momsen fik hele den pris, forbrugeren betalte. De marginale omkostninger er derimod uforandrede.



Momsen bevirker en reduktion i de marginale indtægter, som gør, at disse hurtigere bliver lig med de marginale omkostninger. Virksomheden vil derfor vælge at sænke produktionen i forhold til situationen uden moms. Samtidig er den pris forbrugerne betaler højere på grund af den mindre produktionsstørrelse.

Eksemplet viser, at det havde været billigere for både forbruger og virksomhed hvis virksomheden blot betalte 10500 til staten.

Meget taler altså for en overskudsskat i stedet for en moms.