

Eksempel 124:

Ekspementerende forløb: Hvordan finder man tangenten?

Formål: At udvikle fortrolighed med tangentbegrebet, herunder forståelse af, at tangenthældningen er en funktion, gennem

- tegning af tangenten til en graf i et punkt ved hjælp af en grafregner eller et matematikprogram
- aflæsning af ligning og hældning grafregner eller et matematikprogram
- ud fra en tabel over tangenthældning for en elementær funktion at nå frem til en forskrift for tangenthældningen ved at benytte metoden

tabel → plot → forskriftstype (grafkending) → regression → check ved sammenligning af resultat og tabelplot

- udledning af den afledede for simple funktioner: sekant er en approksimation, bedre approksimation ved mindre tilvækst, »grænseværdi«

Endvidere at udvikle og bruge evnen til at genkende en graf. At øve og anvende metoden til at komme fra tabel til forskrift. At øve og skærpe undersøgekompetencen gennem arbejdsgangen

eksempler → generalisering → verificering

ved at stille større krav til verifikationen (her kommer eleverne tæt på at skulle bevise de opstillede hypoteser).

Mål: At eleverne bliver i stand til at bestemme en ligning for tangenten til grafen for en funktion af typen $f(x) = x^a$ med og uden elektroniske hjælpemidler.

Problemformulering: Hvordan bestemmer man tangenten til grafen for funktionerne $f(x) = x^a$ i et givet punkt? Hvilke begrundelser er der for rigtigheden af den valgte metode?

Produkt: En rapport, som besvarer spørgsmålene i problemformuleringen og omfatter løsning af følgende opgave, samt en beskrivelse af arbejdsprocessen, der ledte frem til svaret. Endvidere skal rapporten indeholde en overvejelse over svarets sandhedsværdi.

Opgave: I) Benyt grafregner eller et matematikprogram. Betragt funktionen $f(x) = x^2$. Tegn grafen for $f(x)$. Tegn ved hjælp af grafregner eller program tangenten til grafen i $P(1, f(1))$. Aflæs ligning fra grafregner eller program. Aflæs tangenthældningen. Udfør det samme arbejde med andre tangenter. Udfyld en tabel som følgende:

X-koordinat til punktet på grafen	-1	1	2	3	4	5
Tangenthældning a punktet						

Lav et plot af tabellen. Gæt på en sammenhæng mellem x og a . Bestem det bedste gæt. Verificér gættet.

Benyt samme fremgangsmåde til at opnå et gæt på tangenthældningen for mindst 3 af funktionerne

$$x^3, x^4, x^5, \frac{1}{x}, \sqrt{x}, \ln x.$$

II) Betragt $f(x) = x^2$ og punktet $P(2, f(2))$. Tegn sekanten gennem P og $Q(3, f(3))$. Sekanten er en approksimation til tangenten. Benyt sekanten til at opnå en approksimation til tangenthældningen i P . Gør approksimationen bedre gennem en række trin, hvor Q kommer tættere på P . Hvad skal der til for at hoppe fra approksimation til hældningen a ?

Tidsforbrug: 6-8 timer.