

Eksempel 141: Differentialligningsmodeller

Formål:

Eleverne skal arbejde med de forskellige vækstmodeller og opnå indsigt i disse modellers forskelle, styrker og svagheder. De skal opnå indsigt i, hvordan matematikken kan bruges til at beskrive fænomener fra andre fagområder og hvordan disse modeller kan bruges til at skaffe oplysninger om den fremtidige udvikling af en bestemt vækst.

Mål: Eleverne skal kende egenskaberne ved de tre forskellige former for vækst: eksponentiel vækst, forskudt eksponentiel vækst og logistisk vækst.

Tidsramme: 10-15 lektioner afhængig af proceduren.

Problemformulering:

I hvilken grad kan matematikken bruges til at beskrive vækstfænomener fra andre fagområder?

Organisering:

Der gives et oplæg til emnet som klasseundervisning, hvor de 3 vækstmodeller og egenskaber ved disse behandles, og hvor man gennemgår metoden til opstilling af modeller (se f.eks. *Modeller i Derive* af Niels Hjersing, Per Hammershøj Jensen og Børge Jørgensen, Matematiklærerforeningen, 2004).

Arbejdet foregår i grupper (3 elever). Teorien om differentialligningsmodeller bearbejdes i samarbejde i de enkelte grupper, og der gennemarbejdes 3 eksempler på modeller i hver gruppe – to, som er fælles for alle, samt ét, som er særligt for hver gruppe. Der afleveres en skriftlig rapport over dette arbejde samt en synopsis for den mundtlige fremlæggelse, der skal være af gruppens særlige problemstilling.

En variation kunne være følgende: Grupperne bearbejder de samme to eksempler og regner 2-3 særlige opgaver om emnet. Gruppearbejdet afsluttes med aflevering af rapporter og efterfølgende opgaveregning i klassen, hvor alle elever løser alle gruppens opgaver med grupperne som konsulenter på de 2-3 opgaver, de har besvaret. I rapporter vil der samlet set være udarbejdet en facitliste til opgaverne, som vil være til rådighed i dette efterfølgende arbejde.

Produkt:

Der afleveres en samlet skriftlig rapport, som redegør for nedennævnte punkter.

1. *Differentialligninger som vækstmodeller:* Forklar hvordan differentialligninger anvendes som vækstmodeller (begreberne væksthastighed og relativ væksthastighed skal indgå).
2. *3 vækstmodeller:* Gør rede for de 3 former for vækst: eksponentielvækst, forskudt eksponentiel vækst samt logistisk vækst, idet I for hver af typerne angiver følgende:
 - a) Differentialligningsmodel
 - b) Modellens løsningsfunktion
 - c) Et eksempel: Et begyndelsesværdiproblem (model med en begyndelsesbetingelse) samt løsningen til dette, og et plot af løsningsfunktionens graf i feltet af linjeelementer.
3. *Sammenligning af 2 væksttyper* ved betragtning af en populations vækst. Der opstilles modeller for en population. Først en eksponentiel model ud fra f.eks. startpopulation, indvandring og udvandring, og dernæst en logistisk model, idet der tages hensyn til, at væksten er begrænset af plads, næringsressourcer etc. og derfor har en øvre grænse. Brug dette til at diskutere de to modellers beskrivelseskraft.
4. *Betragt andre eksempler på differentialligningsmodeller:* [Vælg to eksempler (f.eks. radioaktivitet, Newtons temperaturlov, forurening, hastighed for en faldskærmsudspringer etc. – ét eksempel, hvor modellen er givet, og ét, hvor modellen skal opstilles), som alle bearbejdes i samtlige grupper samt én særlig problemstilling pr. gruppe, som er mere projektorienteret jf. f.eks. *Modeller i Derive* af Niels Hjersing, Per Hammershøj Jensen og

teret jf. f.eks. *Modeller i Derive* af Niels Hjersing, Per Hammershøj Jensen og Børge Jørgensen, Matematiklærerforeningen, 2004].

Alternativ:

Den sidste del i punkt 4 erstattes af følgende: *Løs de nedenfor nævnte opgaver svarende til jeres gruppenummer*: [Her angives 2-3 opgaver til hver gruppe afhængigt af opgavernes sværhedsgrad og gruppernes sammensætning (niveau)].