

Eksempel 142

Funktioner af to variable – et emnearbejde

Formål: Eleverne skal stifte bekendtskab med et nyt matematisk emne, som bygger på kernefaglige emner, de allerede kender. De skal se, hvordan et regneteknisk hjælpemiddel kan bringes i spil, og være med til at give en bedre forståelse af, hvordan en tredimensionel kurve forløber i rummet.

Mål: Eleverne skal lære, hvad man forstår ved en funktion af *to* variable, og lære nogle af de redskaber, man har til at undersøge disse funktioners grafiske forløb.

Tidsramme: Ca. 20 lektioner i alt, inkl. fælles introduktionsoplæg i klassen samt slutoplæg.

Organisering:

3 personer i grupper arbejder sammen om opgaven 15 timer svarende til 3 uger, hvorefter der dannes nye 3 personers grupper, hvor produktet skal fremlægges i et eksamensrollespil, hvor der trækkes lod blandt de 3 gruppemedlemmer om følgende roller: *Eksaminand:* Den, der fremlægger for resten af gruppen og eksamineres af eksaminator, *Eksaminator/vejleder/hjælper:* Den der stiller vejledende spørgsmål undervejs og hjælper eksaminanden til at få de vigtigste ting med, *Censor:* Den, der observerer, noterer og vurderer, i hvilket omfang eksaminanden har fået det vigtigste med.

Der skal regnes med en udvidet eksaminationstid på 30 minutter (normalt 24 minutter).

Produkt (oplæg til eleverne):

Der laves et skriftligt produkt, som demonstrerer, at I har forstået teorien og kan benytte denne i besvarelse af opgaver/øvelser. Desuden laves et »udtræk« heraf, som skal fungere som forberedelse til den mundtlige fremlæggelse i de nye tremandsgrupper. Begge dele afleveres senest [deadline] i afleveringsmappen.

Det store produkt skal indeholde en besvarelse af nedenstående punkter, som også kan fungere som disposition for fremlæggelsen (med undtagelse af de sidste 2), hvor det mest fornuftige vil være at besvare spørgsmålene ud fra ét godt eksempel.

Intro: Hvad er en funktion af to variable? Giv eksempler på sådanne funktioner og deres 3D-grafer.

Niveaukurve: Forklar begrebet niveaukurve og vis med eksempler, hvordan de bestemmes ved beregning, og hvordan de illustreres. Hvad kan man aflæse om funktionens graf ud fra niveaukurvernes indbyrdes beliggenhed?

Gradient: Hvad man forstår ved partielle afledede og gradienten for en funktion af to variable? Vis med et eksempel, hvordan man bestemmer disse. Desuden skal I gøre rede for en geometrisk tolkning af de partielle afledede. Endelig skal gradienten (gerne flere) illustreres sammen med niveaukurverne for den selvvalgte funktion, og det skal vises, at gradienten er normalvektor til funktionens niveaukurve.

Differentialet: Hvad man forstår ved differentialet for en funktion af to variable? Hvad differentialet kan bruges til?

Tangentplan: Hvad er en tangentplan til en kurve? Udled den generelle ligning for en tangentplan og brug denne til at finde tangentplanen for en selvvalgt funktion, og forklar hvad den kan bruges til.

Retningsafledet: Forklar begrebet retningsafledet og giv eksempler på bestemmelse heraf. Illustrér den retningsafledede sammen med hhv. 3D-kurven og niveaukurverne i 2D.

Stationære punkter: Hvilke typer af stationære punkter findes der for funktioner af to variable?

Giv eksempler på hvordan disse findes, og hvordan man afgør hvilken type stationært punkt, der er tale om.

Løs til slut følgende opgaver [en række opgaver, udvalgt således at eleverne kan vise, at de kan bruge begreberne i praksis].

Litteratur: *Højt oppe, langt nede*, Christian Thune Jacobsen, Matematiklærerforeningen 2004.