

Eksempel 143:

Klassisk geometri – fra geometrisk animation til analytisk bevis

– et projekt-forløb om geometri

Forudsætninger:

Kort generel introduktion til de geometriske begreber ved klasseundervisning (geometriske steder). Kendskab til geometriske konstruktioner ved brug af Geometriprogrammet (punkter, linier, oprejse den vinkelrette, konstruere parallel linje mv.).

1. del. Pythagoras

Formål: Eleverne skal lære hvordan et matematisk bevis kan udformes. De skal se animationer af beviser for Pythagoras' sætning på internettet, og de skal gennemføre et bevis for sætningen uden hjælpemidler. De skal lære at bruge internettet kritisk til informationssøgning. Diskussion af kvaliteten af nogle af de sider eleverne har besøgt.

Mål: Eleverne skal finde ud af, hvem Pythagoras var, og de skal kunne gennemføre et bevis for Pythagoras' sætning uden hjælpemidler.

Tidsramme: ca. 3 lektioner i alt.

Organisering: Individuelt (eller parvist).

Problemformulering: Hvem var Pythagoras? Hvilket matematisk resultat er Pythagoras mest berømt for? Hvordan kan man bevise Pythagoras' sætning?

Produkt: Gennem søgning på internettet skal eleverne finde de relevante oplysninger om Pythagoras og skrive disse ind i et sædvanligt Word-dokument sammen med link til den/de internetsider, de har brugt som kilder. Selve beviset for sætningen skal ikke gengives, men blot angives ved et præcist link i deres dokument. Dokumentet gemmes i en online-mappe før en given deadline, så man som lærer kan nå at se noget af det igennem før næste lektion.

1. lektion samt lektie: Søgning på internettet og udfærdigelse af dokument.

2. + 3. lektion: Fremlæggelse, diskussion og bevis for Pythagoras' sætning.

Parvist gennemser eleverne nogle af de resultater, kammeraterne har præsenteret i emnemappen, og derefter diskuterer man i klassen, hvordan man orienterer sig i forhold til afsender og lødighed af det materiale, man har fundet.

Herefter udvælges et bevis til fælles analytisk gennemgang på tavlen.

Man kan evt. se filmen The Theorem of Pythagoras fra Project Mathematics:

<http://www.projectmathematics.com/> .

2. del: Linier i trekanten

Formål: Eleverne skal opnå indsigt i nogle af de klassiske geometriske sammenhænge, der gælder i en trekant. De skal have en forståelse for arbejdsgangen i at gå fra opdagelsen af en given sammenhæng til at formulere et egentligt matematisk bevis for denne sammenhæng. De skal gennem en geometrisk konstruktion finde en geometrisk sammenhæng, som de derefter er i stand til at eftervise analytisk. Derudover skal de kunne formidle denne viden til andre på deres eget niveau. Endelig skal de kunne bruge disse geometriske resultater til at løse problemstillinger med et tilsvarende geometrisk indhold.

Mål: Eleverne skal kunne give et analytisk bevis for de fire sætninger, som beskriver de særlige egenskaber, der er ved linjerne: medianer, midtnormaler, vinkelhalveringslinier og højder i en trekant.

Tidsramme: 6 lektioner i alt.

Organisering:

Arbejdet foregår i 2 (3) faser:

Udviklingsfasen: 2 × 4 grupper med 3-4 elever i hver (gerne niveaudelt).

Fremlæggelsesfasen: De første grupper splittes op, og der dannes nye grupper med 4 personer, som hver især har ansvaret for at videregive sin udviklingsgruppes geometriske resultater, dvs. fremlægge udviklingsgruppens produkt.

Evt. afslutning med en individuel opgaveaflevering.

1. – 3. lektion: Udviklingsgrupperne (dubleret) arbejder med hver deres problemformulering.
3. – 6. lektion: Udviklingsgruppernes resultater fremlægges i nye grupper.

NB! Undervejs bør man følge gruppernes arbejde tæt. Man kan evt. have en række tips, som eleverne kan hente hjælp fra, hvis de går i stå. Man kan også vælge at lade dem gengive et bevis for sætningen, hvis de ikke selv kan komme i gang.

Problemformuleringer:

1. Tegn i geometriprogrammet en trekant samt alle trekantens medianer. Undersøg om følgende resultater gælder:

I en trekant skærer medianerne alle hinanden i samme punkt.

Medianerne i en trekant deler hinanden i forholdet 2:1.

Udfør herefter et analytisk bevis for resultaterne, idet I udnytter jeres kendskab til en medians egenskaber.

2. Tegn i geometriprogrammet en trekant samt alle trekantens midtnormaler. Undersøg om følgende resultater gælder:

I en trekant skærer midtnormalerne alle hinanden i samme punkt.

Midtnormalernes skæringspunkt er centrum for den omskrevne cirkel.

Udfør herefter et analytisk bevis for resultaterne, idet I udnytter jeres kendskab til en midtnormalens egenskaber.

3. Tegn i geometriprogrammet en trekant samt alle trekantens vinkelhalveringslinier. Undersøg om følgende resultater gælder:

I en trekant skærer vinkelhalveringslinierne alle hinanden i samme punkt.

Vinkelhalveringsliniernes skæringspunkt er centrum for den indskrevne cirkel.

Udfør herefter et analytisk bevis for resultaterne, idet I udnytter jeres kendskab til en vinkelhalveringslinies egenskaber.

4. Tegn i geometriprogrammet en trekant samt alle trekantens højder. Undersøg om følgende resultater gælder:

I en trekant skærer højderne alle hinanden i samme punkt.

Udfør herefter et analytisk bevis for resultaterne, idet I udnytter jeres kendskab til en højdes egenskaber.

Produkt: Hver gruppe udarbejder følgende:

Et elektronisk dokument, som intuitivt viser sætningens påstand, dvs. en instruktionstekst samt en interaktiv figur.

Et analytisk bevis for sætningen skrevet ud i detaljer med argumentation, der kan læses og forstås af resten af klassen (også elektronisk form).

Senest [deadline] anbringes begge produkter i online-mappen »Linjer i trekanten«, således at de andre grupper let kan finde dokumenterne og forberede sig på oplæggene til næste lektion (alternativt må man kopiere og udlevere).

3. del: Evt. efterbehandling og afslutning

Individuel løsning af et antal mindre geometriske problemstillinger, f.eks. et antal opgaver, med et særligt krav om, at geometriprogrammet skal anvendes i løsningen af disse.