

Bedømmelseskriterier for skriftlig matematik stx A-niveau

Sådan bedømmes opgaverne ved skriftlig studentereksamen i matematik
En vejledning for elever

Skriftlighedsgruppe 01.04.09

Dette dokument henvender sig til elever der skal til skriftlig eksamen i matematik stxA.
(Der foreligger et tilsvarende dokument for skriftlig eksamen i matematik stxB.)

Hvad lægges der vægt på ved bedømmelsen af besvarelser af skriftlige matematikopgaver ved studentereksamen?

Først og fremmest gælder det selvfølgelig om at løse opgaverne korrekt og fuldstændigt. Men ikke nok med det: Du skal også formidle hele løsningsprocessen skriftligt til din læser.

At man løser en opgave korrekt, betyder ikke kun at man når frem til et rigtigt resultat, men også at det gøres ved hjælp af korrekte metoder. (Det nytter altså ikke at lave to fejl der ophæver hinanden, eller at bruge en formel der handler om noget andet, og tilfældigvis ende med et rigtigt facit). At opgaverne skal løses fuldstændigt, betyder at man skal have alt det væsentlige med og gøre arbejdet helt færdigt. (Det er altså ikke godt nok at finde én løsning til en ligning, hvis der faktisk er to, eller kun at angive x -koordinaten til et punkt hvis opgaven gik ud på at finde et koordinatsæt.)

Også til formidlingen stilles der krav. Det overordnede krav er at din læser skal kunne følge med i hvordan du løser opgaven. Det kræver forbindende tekst, velvalgt notation og lay-out, omhyggelig redigering og dokumentation, hensigtsmæssig brug af figurer og klare konklusioner. Hvordan disse krav kan udmøntes, er emnet for dette dokument.

Dokumentet er opbygget på følgende måde: For hvert krav er der en uddybende tekst og en række konkrete anvisninger på hvordan det kan opfyldes. Anvisningerne er illustreret med eksempler. Eksemplerne er tekststumper som kunne tænkes at indgå i en besvarelse af en opgave.

Til allersidst er der et afsnit med titlen "Gør det gode bedre". Her gives forslag til hvordan du yderligere kan øge kvaliteten af din besvarelse.

Pointgivning og karakterer

Til studentereksamen vurderes din besvarelse af to fremmede censorer. (Din egen lærer er altså ikke med til at give karakteren ved skriftlig eksamen.) Hver for sig ser de to censorer på din besvarelse og giver point (op til 5 point for hvert delspørgsmål og endvidere op til 5-10 point for helhedsindtrykket). Herefter mødes censorerne, sammenholder deres pointtal og helhedsindtryk og bliver enige om en karakter. Efter censurmødet sendes karakterlisterne til din skole, og du kan få oplyst din karakter.

Pointgivningen i de enkelte delspørgsmål er ikke et enten-eller, ikke 0 eller 5. Man kan sagtens få f.eks. 2 eller 4 point ud af de 5 mulige i et delspørgsmål. Uvæsentlige smuttere takseres mildere end alvorlige principielle fejl. Åbenlyst forkerte resultater, som du burde have undret dig over, straffes hårdere end fejl der er sværere at opdage.

Brug af forkerte metoder trækker også ned. Igen kan vurderingen gradueres: Der er forskel på at komme igennem med en metode der næsten er korrekt, og så at skrive noget der slet ikke giver mening.

Ikke kun fejl kan trække ned. Det samme gælder mangler. Du har måske tænkt det hele rigtigt, men bare ikke skrevet hvordan du nåede frem til dit resultat. Ærgerligt - et facit uden begrundelse giver i princippet ingenting! Læs derfor dette dokument grundigt, så du i hvert fald kan hive alle de point i land som vedrører spørgsmål du godt kan finde ud af!

Til sidst: Husk at censorer også ser på alt det gode og rigtige og omhyggelige og med stor fornøjelse deler velfortjente point ud.

God fornøjelse med det videre arbejde med skriftlig matematik!

Indhold

1	TEKST	3
2	NOTATION og LAY-OUT	3
3	REDEGØRELSE og DOKUMENTATION	5
4	FIGURER	6
5	KONKLUSION	6
6	Gør det gode bedre	7

1 TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

1. Aflever en besvarelse, ikke blot en facitliste.
2. Begynd med en begyndelse. Hvilke relevante oplysninger giver opgaveteksten?

Eks: $f(x) = x^4 - 3x + 2$

Eks: Årlig procentisk stigning: 13 %

3. Uddrag gerne det væsentlige af en lang opgavetekst.

Eks: S : dagligt sukkerindtag (i gram), A : aktivitet (i timer pr. uge)

4. Omformuler gerne opgavens spørgsmål og ordrer, så de i stedet indgår som en del af et svar. Stikord er bedre end ingenting.

Eks: Tidspunktet t hvor de to populationer er lige store, findes ved at løse ligningen [...]

Eks: Jeg vil nu bestemme forskriften for funktionen [...]

Eks: Arealet beregnes: [...]

Eks: Hældningskoefficienten: [...]

2 NOTATION og LAY-OUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

1. Vælg et klart og overskueligt lay-out.
2. Brug opgavens betegnelser

Eks: (Fra opgaveteksten: Tabellen viser resultater fra en undersøgelse af det gennemsnitlige daglige sukkerindtag S (målt i gram) for syvårige fynske børn og deres aktivitetsniveau A (målt i antal ugentlige timer med fysisk aktivitet) inden for perioden maj-oktober 2008. Sammenhængen kan med god tilnærmelse beskrives ved en lineær funktion. Bestem det gennemsnitlige daglige sukkerindtag hos et syvårigt barn der er fysisk aktivt 18 timer om ugen.)

Brug opgavetekstens variable S og A når du opstiller den ligning der skal løses.

3. Forklar de betegnelser du selv indfører. Det kan let gøres i den løbende tekst.

Eks: Murens højde x findes ved at løse ligningen [...]

Eks: Den samlede overflade O af kassen beregnes: [...]

Eks: Hældningskoefficienten a_m for linjen m bestemmes: [...]

... eller skriv betegnelserne på en figur

Eks: (på figuren skrives h og a på nogle linjestykker)

4. Inden for samme opgave kan samme bogstav ikke bruges om flere forskellige ting. Men med små ændringer går det:

Eks: Den lille cirkels radius r findes vha. oplysningen om den store cirkels radius R :

Eks: Sukkerindholdet S_1 og S_2 i de to morgenmadsprodukter bestemmes: [...]

Eks: Normalvektorer for de to planer er $\vec{n}_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ og $\vec{n}_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

NB! Hvis dit værktøjsprogram ikke skelner mellem store og små bogstaver, må du vælge andre betegnelser, - og forklare dem.

5. Udtryk dig matematisk korrekt. Et lommeregnerudtryk eller en programkommando kan ikke erstatte et korrekt matematisk udtryk (men evt. supplere det)

Eks: Ligningen $20 - 8e^{-3x} = 15$, 8 løses
(og først derefter skrives evt. hvordan det gøres regneteknisk)

Eks: Integralet $\int_2^4 (x^5 - 2x + 18)dx$ beregnes
(og herefter en udregning og/eller henvisning til værktøjsprogram)

Eks: Differentialligningen $y' + 22y = 11$ løses med begyndelsesbetingelsen $y(4) = 2$
(og først herefter enten omskrivning, indsættelse i færdig formel, bestemmelse af konstant, eller direkte løsning vha. værktøjsprogram)

6. Udnyt de matematiske symboler. Brug symbolerne korrekt.

Eks: Gangetegn (en prik eller ingenting): $2 \cdot 14 = 28$, $2ab$

Eks: Vandret brøkstreg: $\frac{2x+100}{3}$

Eks: Parenteser: $d = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)$

Eks: Potensopløftning: $8^2 = 64$, $1,028 \cdot 10^7$

Eks: Funktionsværdi: $f(5) = 8$

Eks: Differentialkvotient: $f'(3) = -\frac{1}{2}$

Eks: Gradtegn efter gradtal: $B = 52^\circ$, eller skriv med ord: $B = 52$ grader

Eks: Lighedstegn: $3a \cdot (a - 2b) = 3a^2 - 6ab$

Eks: Eventuelt eller-tegn: $x = -2 \vee x = 5$, - eller skriv bare $x = -2, x = 5$

Eks: Eventuelt dobbeltpil: $12x = 4x - 4 \Leftrightarrow 8x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$,
eller undlad pilene og skriv bare

$$\begin{aligned} 12x &= 4x - 4 \\ 8x &= -4 \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

7. Forklar nødvendig værktøjsprogram-notation

NB! Hvis dit værktøjsprogram f.eks. ikke kan skrive $f'(x)$ eller $\frac{df}{dx}$ for differentialkvotienten af $f(x)$, må du indføre en anden skrivemåde - og forklare den.

Eks: Krydsproduktet er [...] (og herefter fortsættes evt med værktøjsprogram-notation)

8. Udtryk dig sprogligt korrekt. Brug de korrekte fagudtryk.

Eks: Ligningen løses

Eks: For at finde vækstraten finder jeg først fremskrivningsfaktoren

Eks: Funktionen er voksende/aftagende

Eks: Jeg sætter de to funktioner lig med hinanden

Eks: Tangentens røringspunkt bestemmes

Eks: Vinkelsummen er 180°

Eks: Forskriften for funktionen er derfor ...

Eks: Jeg gør prøve ved at indsætte i ligningen

Eks: De to grafer har en fælles tangent

Eks: Skæringspunktet for de to linjer er

Eks: Integralet beregnes

3 REDEGØRELSE og DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

1. Forklar hvad du tænker:

Eks: [...] Da diskriminanten til denne andengradsligning er negativ, har ligningen ingen løsninger.

Eks: Da fremskrivningsfaktoren er 0,88, er der tale om et fald på 12 %.

Eks: [...] Da $a < 0$, vender parablen grenene nedad.

Eks: Da $e^{-0,2x}$ er aftagende, er $-3e^{-0,2x}$ voksende. Derfor er også $f(x) = 4 - 3e^{-0,2x}$ voksende.

Eks: Linjen m gennem punkterne $A(2, 8)$ og $B(9, 1)$ har hældningskoefficienten $a = \frac{1-8}{9-2} = -1$. Da den søgte tangent i $P(x_0, f(x_0))$ er parallel med m , må der gælde $f'(x_0) = -1$.

Eks: [...] Da x skulle ligge i intervallet $[5, 10]$, kan løsningen $x = 12$ ikke bruges.

Eks: For at finde grænserne for integralet sætter jeg de to funktioner lig med hinanden:

Eks: For at finde monotoniforhold for f sætter jeg først $f'(x)$ lig med 0.

Eks: [...] Da grafen for f ligger over grafen for g i intervallet, jf. skitse, er $\text{areal}(M) = \int_0^7 (f(x) - g(x)) dx$.

Eks: For at finde cirkelens centrum omskriver jeg ligningen: [...]

Eks: [...] Da tangenten i P står vinkelret på radius, kan \overrightarrow{CP} bruges som normalvektor.

Eks: For at finde vinklen v mellem linjen og planen beregner jeg først vinklen u mellem en retningsvektor for linjen og en normalvektor for planen.

2. Husk dokumentation med passende mellemregninger

Eks:
$$\frac{x-y}{x^2+y^2-2xy} = \frac{x-y}{(x-y)^2} = \frac{1}{x-y}$$

... eller henvisning til hvordan du bruger dit værktøjsprogram:

Eks: Jeg skitserer grafen for funktionen i intervallet $[4, 8]$ og bestemmer minimum i dette interval vha. værktøjsprogrammets minimumsfunktion, jf. skitse.

Eks: [...] Bestemmelse af de små abers vægt når halelængden er 24 cm:

Da $L = 24$, skal jeg løse ligningen $24 = 36 - 36e^{-0,0023V}$.

Med Solve (fortæl hvilket værktøjsprogram) fås $V \approx \dots$

Eks: Det søgte volumen er altså $\pi \int_1^2 (x^3 - x)^2 dx = \pi \cdot \frac{848}{105} \approx 25,37$, udregnet med (nævn værktøjsprogram).

Eks: Jeg laver eksponentiel regression med (nævn værktøjsprogram) med tiden t som den uafhængige variabel og æblernes vægt m som den afhængige variabel.

Eks: (efter at differentially ligningen er skrevet op med sædvanlig matematisk notation) Differentially ligningen løses med (angiv kommando på værktøjsprogram).

- Eventuelle ekstra beregninger inden brug af værktøjsprogram skal også dokumenteres:

Eks: For at tegne sumkurven beregner jeg først de kumulerede frekvenser: [...]

Eks: Årstallene fra opgaven omregnes til $t =$ antal år efter 1980, se tabel.

- Det er tilladt at gætte og bruge sin intuition, men det man gætter/fornemmer, skal dokumenteres ved kontrol:

Eks: På tegningen ser det ud til at parablen med ligningen $y = x^2 - 4$ går gennem de tre punkter. Jeg tjekker ved indsættelse af punkterne: [...]

4 FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

- Indsæt figurer passende steder.
- Ved geometriopgaver: Tegn! En figur er vigtig som støtte for din forklaring. Figuren skal være "principielt korrekt" ud fra de foreliggende oplysninger (f.eks. skal en retvinklet trekant tegnes retvinklet). Angiv de opgivne størrelser på figuren.
- Betegnelser på tegninger og i beregninger skal passe sammen.

Eks: (Der er tegnet en figur hvoraf det fremgår hvad a og x er) Pythagoras: $a^2 + x^2 = 11^2$.

- Hvis du tegner i hånden: Husk en pil på hver koordinatakse. Pilen angiver den positive retning. Angiv enheder. Et enkelt 1-tal på hver akse er som oftest nok.
- Graf med værktøjsprogram: Vælg passende vindue og akseformatering, så alle væsentlige egenskaber ved funktionerne vises grafisk. Hvad der er væsentligt, afhænger af opgaven (f.eks. monotoniforhold, ekstrema, nulpunkter, evt. asymptoter).
- Husk benævnelser på koordinataksene hvis opgaven vedrører noget fra det virkelige liv.
- Henvis til graf når du bruger den i din argumentation.

Eks: Det fundne nulpunkt for $f'(x)$ er et maksimumssted, jf. skitse af grafen.

Eks: Jeg beregner arealet af den skraverede punktmængde, se tegning.

- Ved histogrammer og sumkurver: Førsteaksen skal være en ganske almindelig tallinje forsynet med tal der er anbragt korrekt i forhold til hinanden. Når tallene står der, er intervallerne automatisk bestemt.

5 KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

- Husk konklusion

Eks: Altså: f er voksende i $]2; 4]$, aftagende i $[4; 17]$ og voksende i $[17; \infty[$.

Eks: [...] så x -værdierne er 4 og 9. Skæringspunkterne er altså $(\underline{4}, 0)$ og $(\underline{9}, 0)$.

- Svar som der bliver spurgt. Tekstspørgsmål kræver tekstvar.

Eks: Der er altså ikke nogen tangent med hældningskoefficient 3.

Eks: Der skal altså i alt bruges 34,7 kg havregryn.

3. Gør arbejdet færdigt: Regn og reducer.

Eks: $s = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Eks: Væggens samlede areal udtrykt ved h :

$$A = (10 - h) \cdot 4 - 2 \cdot 2h = 40 - 4h - 4h = \underline{\underline{40 - 8h}}$$

Eks: Planens ligning:

$$-2(x + 3) + 0(y - 1) + 5(z - 2) = 0, \text{ dvs. } \underline{\underline{-2x + 5z - 16 = 0}}$$

4. Overvej om et svar skal angives eksakt eller afrundet.

Eks: Den eneste løsning er $x = \frac{\pi}{3}$.

Eks: Halveringstiden er altså 44,3 år.

5. Angiv resultater med et passende antal decimaler/betydende cifre. Hvad der er passende, afhænger af opgaven.

Eks: (I opgaveteksten: [...] trekant hvori [...] og $a = 4,09$) Dvs. $b = 3,22$.

Eks: Gennemsnittet af pointtallene 23, 15, 15, 26, 16, 14 og 20 er 18,4

Eks: Fremskrivningsfaktoren er 1,0225 , 1-tallet "tæller ikke"

6. Husk benævnelse - når opgaven handler om størrelser med benævnelser

Eks: Vinklen er 76,33° (eller 76,33 grader)

Eks: Sukkerindholdet er 14 g pr. 100 g.

7. En tolkning skal relatere opgavens matematik konkret til opgavens emne.

Eks: Forskriften er $f(t) = 204 \cdot 1,072^t$. Tolkning af konstanterne i forskriften: Tallet 204 fortæller at der ifølge modellen var 204 fugle i området da registreringen begyndte, og fremskrivningsfaktoren 1,072 fortæller at bestanden vokser med 7,2 % om året.

Eks: Ved indsættelse fås $f'(20) = 3,1$. Det betyder at efter lige netop 20 døgn forløb er væksthastigheden 3,1 cm pr. døgn.

Eks: 3. kvartil aflæses til 4,1 kg. Det betyder at en fjerdedel af de nyfødte i denne gruppe vejede over 4,1 kg.

8. Marker gerne et facit f.eks. med fed skrift eller dobbelt understregning.

Eks: Stiens længde er altså 233 meter.

6 Gør det gode bedre

1. Skriv kort og klart.

2. Vælg den mest hensigtsmæssige metode. Undgå omveje.

Eks: Jeg vælger at beregne arealet med $T = \frac{1}{2}bc \sin A$ fordi jeg allerede har beregnet vinkel A .

Eks: Denne ligning løste jeg i spørgsmål a, så jeg genbruger resultatet: [...]

Eks: Da den store trekant er retvinklet, kan jeg bruge Pythagoras.

Eks: Fra differentialligningen ved jeg allerede at $\frac{dy}{dx} = 3x - y$, så hvis f har ekstremum i 4, må $3 \cdot 4 - f(4) = 0$. Altså er $f(4) = 12$.

3. Tegn gerne! Også når det ikke direkte bliver krævet.

Eks: Sammen med grafen har jeg indtegnet de to fundne tangenter.

Eks: Jf. graferne hvor man også kan se at der kun er ét skæringspunkt.

Eks: Se også grafen hvor de to t -værdier er afsat. Det ses at det kun er et meget lille interval hvor temperaturen er over værdien 28°C .

Eks: [...] Projektionen af \vec{d} på \vec{a} er altså $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$. Dette passer med tegningen.

Eks: Funktionsværdierne ser ud til at nærme sig 80 når x går mod ∞ . Det passer med forskriften (logistisk vækst).

4. Kontroller dine resultater, og fortæl at du gør det.

Eks: Resultatet stemmer med grafen.

Eks: De to cirkler skærer altså ikke hinanden. Dette stemmer med tegningen.

Eks: Se også bilag hvor jeg har tegnet grafen for funktionen fra min regression sammen med et plot af de opgivne datapunkter.

5. Vær opmærksom på sammenhæng inden for opgaven, og kommenter den!

Eks: Dette resultat passer godt med resultatet i forrige spørgsmål.

Eks: Den fundne stilktykkelse for de gule tulipaner passer godt med tabellens data.

Eks: Grafen for ungerne vægt ser ud til at ligge under grafen for de voksne dyr, men de ligger faktisk ret tæt på hinanden i slutningen af perioden. Dette giver god mening fordi [...]

Eks: Det er den samme hældningskoefficient som vi fandt før, og det passer godt med at [...]