STX081-MAA _Opgave_13_Integralregning_TI-nSpire:

Opgave 13:

Vi har to funktioner $\mathbf{f}(x):=\sqrt{3x+9}$ og $\mathbf{g}(x):=x+3$.

De to funktioners grafer afgrænser sammen en punktmængde M.

a) Vi finder M´s areal. Først tjekker vi lige grafernes skæringspunkter:

$\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x)$ dvs $\sqrt{3\cdot(x+3)}=x+3$

og vi løser ligningen med $\text{solve}(\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x),x)$ og så får vi

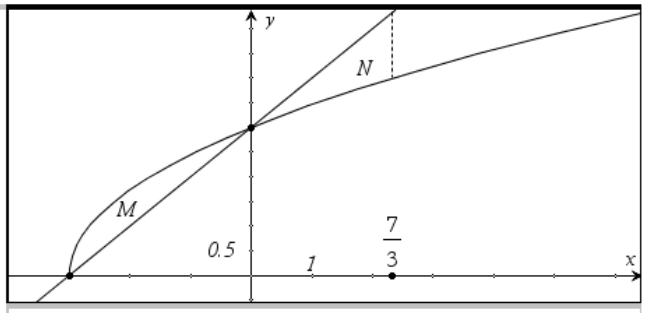
$x=-3$ or $x=0$, som det også fremgår at figuren.

Vi integrerer $\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x)$ i intervallet $[-3;0]$, hvor **f** står først, fordi grafen for **f** ligger øverst:

$$Areal_M=\int_{-3}^{0}\left(\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x)\right)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$$

Dvs arealet af punktmængden M er 1,5.

b) For $k>0$ afgrænser graferne for de to funktioner sammen med linjen med ligningen $x=k$ i første kvadrant en punktmængde N.



Vi skal finde k, så arealet af N og arealet af M er lige store. Det gør vi ved at opstille en ligning med integraler:

$$\int_{-3}^{0}\left(\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x)\right)\mathrm{d}x=\int_{0}^{k}\left(\mathbf{g}(x)-\mathbf{f}(x)\right)\mathrm{d}x$$

$$\text{solve}\left(\int_{-3}^{0}\left(\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x)\right)\mathrm{d}x=\int_{0}^{k}\left(\mathbf{g}(x)-\mathbf{f}(x)\right)\mathrm{d}x,k\right)$$

$k=-3$ or $k=\frac{7}{3}$, da $k=-3$ svarer til M er de to arealer lige stor når $k=\frac{7}{3}$.