STX081-MAA _Opgave_13_Integralregning_TII

Opgave 13:

Vi kender to funktioner: $f(x) := \sqrt{3 \cdot x + 9}$ og $g(x) := x + 3$.

a) Jeg skal nu finde arealet af den punktmængde *M*, der er afgrænset af de to funktioner i 2. kvadrant.

Dette gøres ved at finde det bestemte integral af $f(x)$ og trække det bestemte integral af $g(x)$ fra, fordi grafen for *f* ligger over grafen for *g*.

Bemærk, at grænserne kan aflæses, men også kan beregnes ved at løse følgende ligning:

$f(x) = g(x)$

vi får så:

$\text{solve}(f(x) = g(x), x)$

$x = 0$ or $x = -3$.

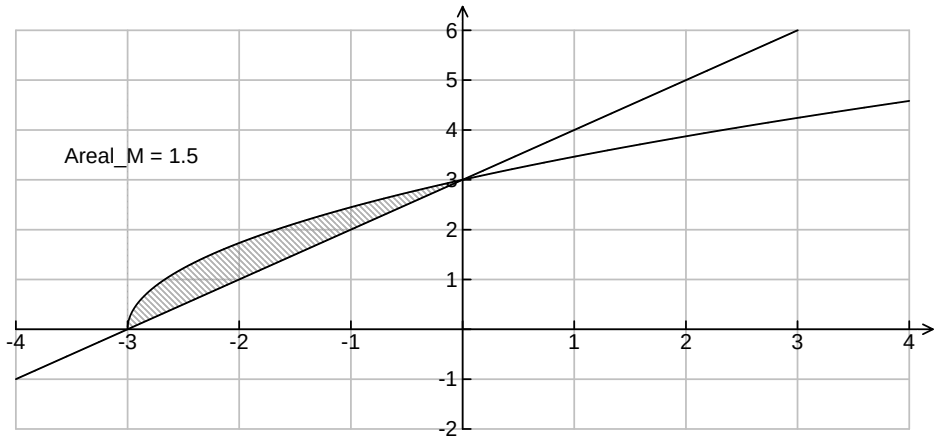
Altså ligger den nedre grænse på -3 og den øvre grænse på 0, som angivet på figuren.

Arealet M er herved det bestemte integrale:

$$areal_M := \int_{-3}^{0} (f(x))\, dx - \int_{-3}^{0} (g(x))\, dx = 1.5$$

Altså er arealet af punktmængden *M* 1,5.

Dette kontrollerer jeg grafisk:



Som det ses stemmer det grafiske reulstat overens med den symbolsk beregnede.

b) Nu skal jeg finde en grænse så arealet af punktmængden *N* , som ligger mellem graferne i 1. kvadrant, bliver det samme som for *M*. Bemærk, at i første kvadrant ligger grafen for *g* over grafen for *f*.

jeg løser følgende ligning:

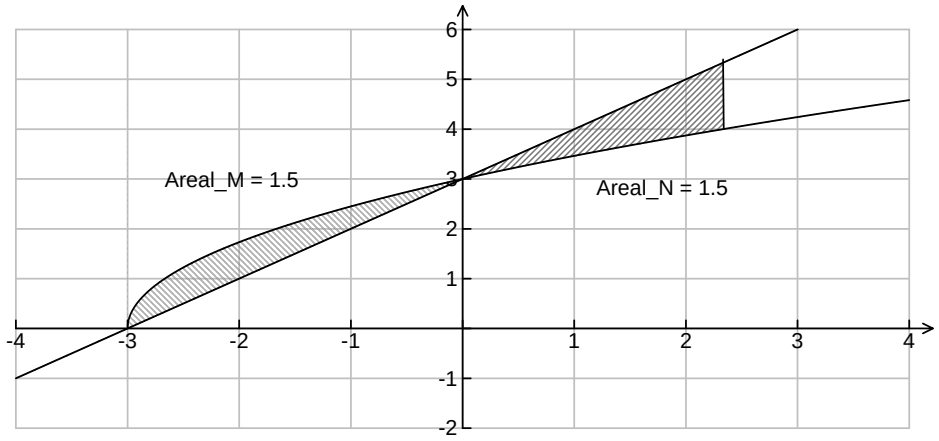
$$\int_0^k (g(x) - f(x))\, dx = areal_M$$

$$\text{solve}\left(\int_0^k (g(x) - f(x))\, dx = areal_M, k\right)$$

$k = \frac{7}{3}$ or $k = -3$.

Da $k = -3$ ikke er i 1. kvadrant er vi ikke interesseret i den (så ville vi bare have den samme område igen!). Dermed skal $k := \frac{7}{3} = 2.33333$, for at arealet af *N* skal være det samme som arealet af *M*.

Dette er også kontrolleret i grafen nedenfor:



Som der fremgår af grafen så passer det symbolsk beregnede resultat med det grafiske.