STX081-MAA _Opgave_14_Differentialligninger_Løsning_TII

Opgaver 14:

Biltætheden i Danmark kan beskrives ved følgende model:

$$\frac{dN}{dt} = 0.0004 \cdot N \cdot (315 - N) \ ,$$

hvor N er antallet af biler pr 1000 indbyggere, og t er tiden målt i år efter 1968. Det er en logistisk differentialligning, så 315 må være den øvre grænse.

a) Nu vil jeg lave en forskrift for $N(t)$, når jeg ved at i 1968 var biltætheden 198.

Jeg løser differentialligningen med den oplyste begyndelsesbetingelse:

$\text{desolve}(N' = 0.0004 \cdot N \cdot (315 - N) \text{ and } N(0) = 198, t, N)$

$$n = \frac{315. \cdot 1.13428^{t}}{1.13428^{t} + .590909}$$

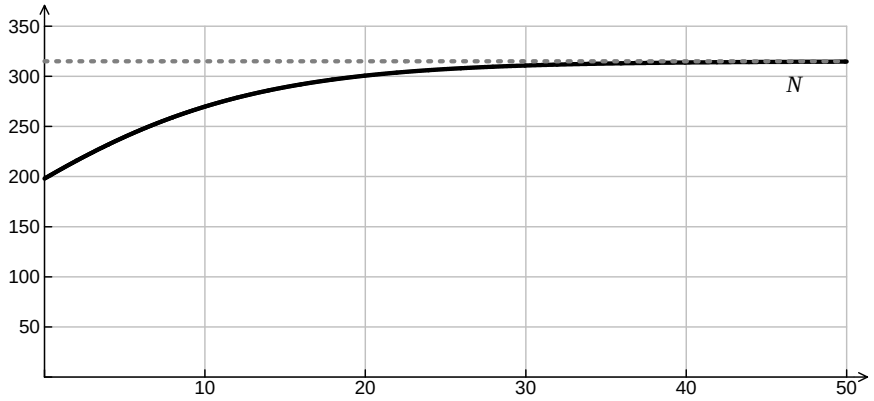
Altså får vi følgende forskrift for modellen for biltætheden: $N(t) := \frac{315. \cdot 1.13428^{t}}{1.13428^{t} + .590909}$.

b) Nu vil jeg give et skøn på hvor stor biltætheden vil være i år 2008.

Det gør jeg ved at sætte $2008 - 1968 = 40$ ind som t-værdi i forskriften for N:

$N(40) = 313.8$

Altså vil der være 314 biler for hver 1000 personer, der er i Danmark. Med andre ord er det ca. hver 3. person der har en bil. Den øvre grænse for væksten er jo 315, så det må siges, at være meget tæt på, hvor meget modellen kan bære. Det kan vi også se af grafen for funktionen:



Modeller kan være meget svære at fremskrive over så lange perioder, og der er mange ukendte faktorer, men i dette tilfælde tror jeg faktisk, der er lykkedes ret godt. Jeg kender ikke nogen tal på hvor mange, der har bil, men tror det er ret tæt på.