STX081–MAA _Opgave_14_Differentialligninger_løsning_TI–nSpire:

Opgave 14:

Biltætheden efter 1968 kan beskrives ved modellen:

$\frac{dN}{dt}=0.0004\cdot\mathbf{N}\cdot(315-\mathbf{N})$, hvor **N** er biltætheden (målt i antal biler pr 1000 indbyggere) og t er tiden (målt i år efter 1968).

a) Da vi skal finde en forskrift for $\mathbf{N}(t)$, når $\mathbf{N}(0)=198$ løser vi differentialligningen med den begyndelsesbetingelse:

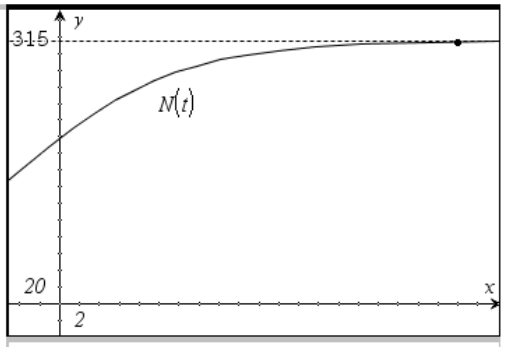
$\frac{dN}{dt}=0.0004\cdot\mathbf{N}\cdot(315-\mathbf{N})$ og $\mathbf{N}(0)=198$

desolve$(\mathbf{N}'=0.0004\cdot\mathbf{N}\cdot(315-\mathbf{N})$ and $\mathbf{N}(0)=198,t,\mathbf{N})$

$$\mathbf{N}(t):=\frac{315.\cdot(1.134)^t}{(1.134)^t+0.5909}$$

b) Vi skal give et skøn over biltætheden i 2008, så vi sætter $t=2008-1968=40$ dvs $\mathbf{N}(40)=313.8$

Dvs der er ca 314 biler pr 1000 indbyggere, altså ca. hver tredje person i Danmark har bil – eller nogle har flere biler. Vi kan se at det er meget tæt på modellens øvre grænse, når vi ser på grafen ovenfor.



Modellen er en logistisk model, som har en øvre grænse M. Den kan vi finde ved at se hvad der sker når t bliver meget stor

$\lim_{t\to\infty}(\mathbf{N}(t))=315.$

Vi kan også se det i modellen, hvis vi omskriver ved at dividere i alle led med $(1.134)^t$ og isolerer M i tælleren:

$$\mathbf{N}(t):=\frac{315}{1+0.5909\cdot(0.8818)^t}.$$