STX081–MAA _Opgave_17a_Var_Opt_TI–nSpire:

Opgave 17a:

Beholderens rumfang skal være 100 cm^3, og der gælder

$\frac{x^3}{3}+\mathbf{h}\cdot x^2=100$ og $\mathbf{S}=\left(\sqrt{5}+1\right)\cdot x^2+4\cdot\mathbf{h}\cdot x$

hvor **S** er beholderens overflade (i cm^2) og **h** er højden (i cm) og x (i cm) er side i grundfladen og høje i pyramiden øverst.

a) Vi finder først **S** udtrykt ved x ved at isolere h i den første ligning og indsætte det i udtrykket for S. Vi isolerer med $\text{solve}\left(\frac{x^3}{3}+\mathbf{h}\cdot x^2=100,\mathbf{h}\right)$ og får $\mathbf{h}=\frac{-\left(x^3-300\right)}{3\cdot x^2}$.

Dvs. vi får

$\mathbf{S}(x):=\left(\sqrt{5}+1\right)\cdot x^2+4\cdot\mathbf{h}\cdot x=\frac{\left(3\cdot\sqrt{5}-1\right)\cdot x^3+1200}{3\cdot x}$.

Så finder vi x, så beholderens overfladeareal bliver mindst mulig. Først finder vi den afledede:

$\mathbf{dS}(x):=\frac{d}{dx}\left(\mathbf{S}(x)\right)=\frac{2\cdot\left(\left(3\cdot\sqrt{5}-1\right)\cdot x^3-600\right)}{3\cdot x^2}$

Så sætter vi den lig med nul for at finde minimum:

$\mathbf{dS}(x)=0\ \frac{2\cdot\left(\left(3\cdot\sqrt{5}-1\right)\cdot x^3-600\right)}{3\cdot x^2}=0$

Vi løser ligningen med $\text{solve}\left(\mathbf{dS}(x)=0,x\right)$ og får $x=4.719$.

Vi ser at det faktisk er et minimum på grafen for S nedenfor, dvs beholderens overfalde bliver mindst mulig, når $x=4.719$.