STX081-MAA_Opgave_17a_Variabelsammenhæng_Optimering_Hånd

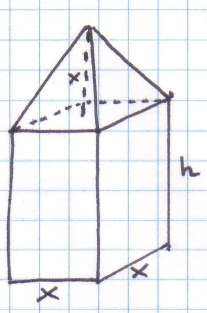
opg. 17a

Når $V = 100\,cm^3$ gælder

$$\frac{1}{3}x^3 + hx^2 = 100.$$

$$S = (1+\sqrt{5})x^2 + 4xh$$

S = beholderens overflade (i cm^2)
h er i cm, x er i cm



a) $\frac{1}{3}x^3 + hx^2 = 100 \Leftrightarrow h = \frac{100 - \frac{1}{3}x^3}{x^2}$ indsættes i udtrykket for S.

S udtrykt ved x:

$$S = (1+\sqrt{5})x^2 + 4x \cdot \frac{100 - \frac{1}{3}x^3}{x^2} \Leftrightarrow$$

$$\underline{\underline{S = \frac{(3\sqrt{5}-1)\cdot x^3 + 1200}{3\cdot x}}}, \quad x > 0$$

$$S' = \frac{2((3\sqrt{5}-1)\cdot x^3 - 600)}{3x^2}$$

(Sundet på lommeregner: $d\left(\frac{(3\sqrt{5}-1)\cdot x^3 + 1200}{3\cdot x}, x\right)$)

$$S' = 0 \Leftrightarrow \frac{2((3\sqrt{5}-1)\cdot x^3 - 600)}{3x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 4{,}71937$$

(⇔ SOLVE)

x:	0		4,72	
S'(x):		−	0	+
S(x):		↘		↗

$S'(1) = -396{,}2$

$S'(10) = 34{,}055$

Vi ser, at $x = 4{,}72$ er globalt minimumssted
dvs. når $\underline{x = 4{,}72\ cm}$ bliver beholderens overfladeareal
mindst muligt.