Opgave 7

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a) plan α udspændt af disse vektorer og gennem $P(1, 3, -6)$
En ligning for planen bestemmes
Krydsproduktet $\vec{a} \times \vec{b}$ kan fungere som normalvektor

$\vec{a} \times \vec{b}$: $\vec{a} \times \vec{b} = \text{crossP}([-2,4,5], [1,-3,-2])$ (TI-89)

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{n}_\alpha$$

α: $7(x-1) + 1(y-3) + 2(z-(-6)) = 0 \Leftrightarrow$
$7x - 7 + y - 3 + 2z + 12 = 0$
$7x + y + 3z + 2 = 0$

Planen α har ligningen $7x + y + 3z + 2 = 0$

b) l: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

β: $2x - 3y + z = 7$

Den spidse vinkel mellem l og α bestemmes
Vinklen mellem $\vec{n}_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ og $\vec{r}_l = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ bestemmes

$$\cos(w) = \frac{2 - 3 + 3}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}\ \sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{2}{\sqrt{14}\sqrt{11}}$$

$$w = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{14}\sqrt{11}}\right) \approx 80{,}73^\circ$$

Det skal trækkes fra 90°, så vi siger

$$v = 90^\circ - 80{,}73^\circ = 9{,}27^\circ$$

Den spidse vinkel mellem l og β er $9{,}27^\circ$.