STX081–MAA _Opgave_7_Vektorregning_TI–nSpire:

Opgave 7:

Vi har givet to vektorer $\mathbf{a}=\begin{bmatrix}-2\\4\\5\end{bmatrix}$ og $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\-3\\-2\end{bmatrix}$.

a) Planens ligning:

Vi finder planens normalvektor ved brug af **a** og **b**´s krydsprodukt: $\mathbf{n}:=\text{crossP}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ dvs $\mathbf{n}=\begin{bmatrix}7\\1\\2\end{bmatrix}$.

Vi indsætter vores punkt, $P(1,3,-6)$ og vores normalvektor **n** i ligningen for en plan:

α: $\text{dotP}\left(\mathbf{n},\begin{bmatrix}x-1\\y-3\\z-(-6)\end{bmatrix}\right)=0$

dvs at planen der udspndes af **a** og **b** og som indeholder punktet P har ligningen:

α: $7\cdot x+y+2\cdot z+2=0$.

Der er givet en linje l, som har parameter fremstillingen: $\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\2\\4\end{bmatrix}+t\cdot\begin{bmatrix}1\\1\\3\end{bmatrix}$, og en plan β: $2x-3y+z=7$.

b) Den spidse vinkel mellem l og β:

Af ligningen for planen β ses det, at normalvektoren er $\mathbf{n\beta}=\begin{bmatrix}2\\-3\\1\end{bmatrix}$ og af parameterfremstillingen for l fremgår det at

linjens retningsvektor er $\mathbf{r}=\begin{bmatrix}1\\1\\3\end{bmatrix}$.

Vi finder først vinklen mellem planens normalvektor og linjens retningsvektor:

$\cos(\mathbf{v})=\dfrac{\text{dotP}(\mathbf{n\beta},\mathbf{r})}{\text{norm}(\mathbf{n\beta})\cdot\text{norm}(\mathbf{r})}$ dvs $\cos(\mathbf{v})=0.1612$, vi løser ligningen med $\text{solve}\left(\cos(\mathbf{v})=\dfrac{\text{dotP}(\mathbf{n\beta},\mathbf{r})}{\text{norm}(\mathbf{n\beta})\cdot\text{norm}(\mathbf{r})},\mathbf{v}\right)|0<\mathbf{v}<180$, dvs vinklen er $\mathbf{v}=80.73°$. Da **v** er spids, er den spidse vinkel, $\boldsymbol{\theta}$, mellem β og l : $\boldsymbol{\theta}=90-\mathbf{v}$ dvs $\boldsymbol{\theta}=9.27°$.