STX081-MAA _Opgave_7_Vektorregning_TII

Opgave 7:

Vi kender to vektorer i rummet og : $\vec{a} := \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ og $\vec{b} := \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

a) Jeg skal bestemme den plan som disse to vektorer udspænder og som indeholder følgende punkt: $P(1, 3, -6)$.

Jeg finder nu krydsproduktet, da det er normalvektoren til den plan α som de to ovennævnte vektorer udspænder:

$\vec{n} := \text{crossP}(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Nu indsætter jeg dette i planens ligning:

$7 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 3) + 2 \cdot (z + 6) = 0 \Rightarrow 7 \cdot x + y + 2 \cdot z + 2 = 0$

Altså får vi følgende ligning for planen α: $7 \cdot x + y + 2 \cdot z + 2 = 0$.

b) Nu skal jeg finde vinklen mellem en plan og en linje.

Jeg kender linjens parameterfremstilling:

$l: \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Dette giver retningsvektoren $\vec{r} := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Jeg kender desuden planens ligning: $\beta: 2 \cdot x - 3 \cdot y + z = 7$.

Dermed får jeg planens normalvektor til at blive $\vec{n} := \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Når jeg kender normalvektoren for planen kan jeg finde vinklen mellem nomalvektoren og linjen. Jeg ved også, at der er 90 grader mellem normalvektoren til planen og planen. Altså må vinklen mellem planen og linjen være 90 grader minus vinlen mellem normalvektoren og linjen.

Jeg bestemmer føst vinklen mellem normalvektoren og linjen, dvs linjens retningsvektor:

$$\cos(v) = \frac{\text{dotP}\left(\vec{r}, \vec{n}\right)}{\left\|\vec{r}\right\| \cdot \left\|\vec{n}\right\|} \Rightarrow \cos(v) = .161165$$

$$v := \arccos\left(\frac{\sqrt{154}}{77}\right) = 80.7255$$

Altså bliver vinkel mellem linjen og normalvektoren 80,7 grader, og derfor

$$w := 90 - v = 9.2745$$

Altså får jeg en vinkel mellem planen β og linjen l på 9,3 grader.