STX081-MAB _Opgave_14_Monotoni_TII

Opgave 14:

En funtion f er bestemt ved $f(x) := x + \frac{16}{x} \mid x > 0$.

For at finde ud af om funktionen f har et minimum, benytter jeg mig af differentialregning, dvs. jeg differentierer f og kalder den afledede $\mathrm{df}(x) := \frac{d}{dx}(f(x))$, dvs.

$$\mathrm{df}(x) = 1 - \frac{16}{x^2}$$

For at finde toppunktet, dvs. de punkter på grafen, hvor der er vandret tangent, så sætter jeg den afledede lig 0 og løser ligningen:

$$\mathrm{df}(x) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{16}{x^2} = 0$$

$\mathrm{solve}(\mathrm{df}(x) = 0, x)$

$x = 4$ or $x = -4$

Gragfen har altså ét toppunkter i $x = 4$, fordi $x = -4$ falder uden for intervallet, hvor $x > 0$.

Jeg indsætter nu denne d x-værdi ind i $f(x)$ for at finde y-koordinaten: $f(4) = 8$.
Funktionen $f(x)$ har altså toppunkt i punktet $P(4, 8)$.

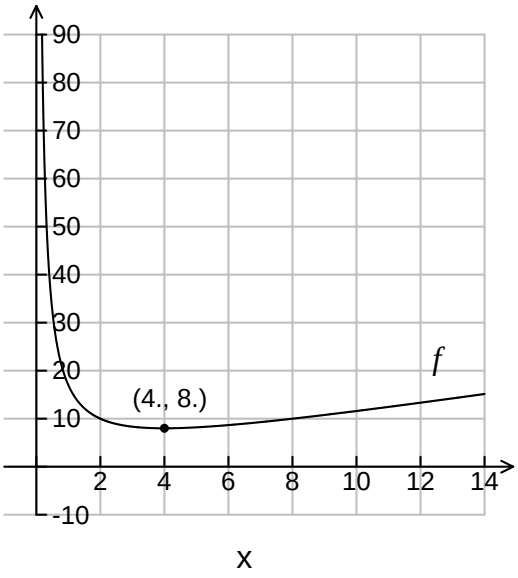
Vi finder ud af om det er et minimum eller maksimum ved at bestemme fortegnet for den afledede i en x-værdi lidt mindre og lidt større end 4 :

$\mathrm{df}(2) = -3$, dvs den den afledede er negativ tilvenstre for $x = 4$, og dermed er funktionen aftagende i intervallet $]0;4]$.

$\mathrm{df}(6) = \frac{5}{9}$, dvs afledede er postitiv tilhøjre for $x = 4$, og dermed er funktionen voksende i intervallet $[4;\infty[$.

Dvs. at grafen går fra at være faldende til at være stigende, og toppunktet må derfor være et minimum.

Vi tjekker dette grafisk:



Som det kan ses stemmer vores grafiske løsning overens med den symbolske.